Mix Produttivo

Un'azienda vuole pianificare il livello di produzione di 3 prodotti (A_1, A_2, A_3). Vi sono in totale 22 giorni di produzione disponibili in un mese. Nella seguente tabella sono indicati: la domanda massima (in quintali), il prezzo di vendita (in dollari/quintale), il costo di produzione per quintale di prodotto e la quota di produzione (cioè il massimo numero di quintali prodotti in 1 giorno se tutte le risorse a disposizione fossero usate per un solo tipo di prodotto).

Prodotto	A_1	A_2	A_3
Domanda massima	5300	4500	5400
Prezzo di vendita	\$124	\$109	\$115
Costo di produzione	\$73.30	\$52.90	\$65.40
Quota di produzione	500	450	550

- Formulare un modello AMPL per determinare il piano di produzione che massimizza il guadagno totale.
- Come cambiano il modello matematico, il modello e i dati AMPL e la soluzione, se per ogni prodotto introduciamo un costo fisso di attivazione della linea di produzione:

Prodotto	A_1	A_2	A_3
Costo di attivazione	\$170000	\$150000	\$100000

- Come cambiano il modello matematico, il modello e i dati AMPL e la soluzione, se oltre al costo fisso di attivazione aggiungiamo anche il vincolo che se una linea di produzione viene attivata, è necessaria la produzione di un lotto minimo di prodotto:

Prodotto	A_1	A_2	A_3
Lotto minimo	20	20	16

Soluzione

FORMULAZIONE.

- *Indici*: sia i un indice sull'insieme $\{1, 2, 3\}$.
- *Parametri*:
 - sia P il numero di giorni di produzione in un mese;
 - sia d_i la domanda massima per il prodotto i ;
 - sia v_i il prezzo di vendita per il prodotto i ;
 - sia c_i il costo di produzione del prodotto i ;
 - sia q_i la quota di produzione massima del prodotto i ;
 - sia a_i il costo di attivazione dell'impianto per il prodotto i
[parametro necessario solo per le domande aggiuntive sui costi d'attivazione e sui lotti minimi];
 - sia l_i il lotto minimo di prodotto i
[parametro necessario solo per la domanda aggiuntiva sul lotto minimo].
- *Variabili*:
 - sia x_i la quantità di prodotto i . I limiti sulle variabili sono $x_i \geq 0$.
 - sia $y_i = 1$ se la linea di produzione per il prodotto i è attivata, e 0 se non lo è.
 y_i è una variabile binaria
[variabili necessarie solo per le domande aggiuntive sul costo di attivazione e sul lotto minimo].
- *Funzione obiettivo*:
$$\max \sum_i ((v_i - c_i)x_i - a_i y_i)$$
- *Vincoli*:
 1. (richiesta): per ogni i , $x_i \leq d_i$;
 2. (produzione): $\sum_i \frac{x_i}{q_i} \leq P$;
 3. (attivazione): per ogni i , $x_i \leq Pq_i y_i$
[vincolo necessario solo per le domanda aggiuntive sul costo di attivazione e sul lotto minimo];
 4. (lotto minimo): per ogni i , $x_i \geq l_i y_i$
[vincolo necessario solo per la domanda aggiuntiva sul lotto minimo].

MODELLO DI AMPL

```
# mixproduttivo.mod - file modello per AMPL - mix produttivo con vincoli agg.

set PRODOTTI;

param giorni >= 0;
param domanda { PRODOTTI } >= 0;
param vendita { PRODOTTI } >= 0;
param costo { PRODOTTI } >= 0;
param quota { PRODOTTI } >= 0;
param costo_attiv { PRODOTTI } >= 0;    # costi di attivazione
param lottomin { PRODOTTI } >= 0;      # lotti minimi

var x { PRODOTTI } >= 0;                # quantita' di prodotto
var y { PRODOTTI } >= 0, binary;       # attivazione linee produzione

maximize guadagno: sum {i in PRODOTTI}
    ((vendita[i] - costo[i]) * x[i] - costo_attiv[i] * y[i]);

subject to richiesta {i in PRODOTTI}:
    x[i] <= domanda[i];

subject to produzione:
    sum {i in PRODOTTI} (x[i] / quota[i]) <= giorni;

subject to attivazione {i in PRODOTTI}:
    x[i] <= giorni * quota[i] * y[i];

subject to lotto_minimo {i in PRODOTTI}:
    x[i] >= lottomin[i] * y[i];
```

DATI DI AMPL

```
# mixprod.dat - file di dati per AMPL - mix produttivo

set PRODOTTI := A1 A2 A3 ;

param giorni := 22;
param : domanda vendita costo quota costo_attiv lottomin :=
    A1 5300    124    73.30  500    170000    20
    A2 4500    109    52.90  450    150000    20
    A3 4400    115    65.40  550    100000    16 ;
```

SOLUZIONE DI CPLEX.

```
CPLEX 7.1.0: optimal integer solution; objective 220690
```

5 MIP simplex iterations

0 branch-and-bound nodes

ampl: display x;

x [*] :=

A1 0

A2 4500

A3 4400

;

ampl: display y;

y [*] :=

A1 0

A2 1

A3 1

;