Esercizi sulla Programmazione Lineare Intera

4.7 **Algoritmo del Simpleso Duale.** Risolvere con l'algoritmo del simpleso duale il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 6 \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Quali sono i vantaggi rispetto all'algoritmo primale?

4.8 **Branch-and-Bound.** Trovare la soluzione ottima del seguente problema di PLI

$$\begin{aligned} \max z^* \quad & = 3x_1 + 4x_2 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ & x_1, x_2 \geq 0, \text{ intere} \end{aligned}$$

mediante il metodo Branch-and-Bound (risolvendo graficamente il rilassamento continuo dei sottoproblemi di PLI associati ad ogni nodo dell'albero decisionale). Per il branching, si scelga sempre la variabile con il valore frazionario più vicino a $\frac{1}{2}$. Per la scelta del sottoproblema da elaborare, si scelga quello con il "bound" più promettente.

4.9 **Branch-and-Bound applicato al problema dello Zaino.** Una banca di investimenti dispone di 14 milioni di euro, e investe primariamente in quattro tipi di investimento (numerati 1,2,3,4). La tabella sotto mostra, per ogni investimento, il ritorno netto e il capitale da investire.

Investimento	1	2	3	4
Ritorno netto	16	22	12	8
Capitale da investire	5	7	4	3

Si formuli un modello di PLI per risolvere il problema di scegliere gli investimenti da effettuare in modo da massimizzare il ritorno totale (gli investimenti possono essere scelti o non scelti, ma non è possibile effettuare un investimento parziale). Risolvere mediante Branch-and-Bound. Spiegare come si semplifica il problema dei rilassamenti continui.

4.10 **Algoritmo dei Piani di Taglio.** Si risolva il problema seguente:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - 2x_2 \\ & -4x_1 + 6x_2 \leq 9 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0, \text{ intere} \end{aligned}$$

mediante l'algoritmo dei piani di taglio di Gomory.