5.1 **Produzione di resistenze**. Una piccola azienda produttrice di resistenze elettriche dispone di due impianti di produzione I, II e tre punti di vendita all'ingrosso A, B, C. I ricavi per quintale di prodotto e la domanda massima di mercato sono date nella tabella sotto.

A	B	C
2000\$	3000\$	2500\$
10kg	20kg	10kg

I costi di produzione e la capacità massima di produzione sono come segue.

I	II
600\$	800\$
30	30

I costi di trasporto (per quintale di prodotto) dagli impianti ai punti vendita sono dati sotto.

I	400\$	800\$	600\$
II	600\$	300\$	1000\$

Si sa inoltre che:

- si possono produrre quantità Q_I, Q_{II} oltre il livello di produzione massima, negli impianti I e II, al costo addizionale di $200\sqrt{Q_I} + 300\sqrt{Q_{II}}$;
- 30% del personale dell'impianto I viene trasferito all'impianto II in maniera piuttosto casuale per via di certe regole sindacali. Il 30% della produzione di I è quindi inversamente proporzionale alla stessa percentuale della produzione di II.

Formulare un modello di PNL per massimizzare i guadagni.

5.2 **Poligoni di area massima**. Si formuli un modello di PNL per trovare il poligono di n lati e diametro dato d di area massima (il diametro di un poligono $P \subset \mathbb{R}^2$ è definito come $d = \sup_{x,y\in P} ||x - y||$).

5.3 **Vincoli in forma di equazione**. Si consideri il problema

$$\min\{f(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \wedge \forall\, i \leq m\ (h_i(\mathbf{x}) = 0)\}$$

con vincoli in forma di equazione. Si mostri che per applicare i risultati concernenti il duale Lagrangiano al problema in questione, è sufficiente considerare moltiplicatori di Lagrange non ristretti di segno (cioè è sufficiente non considerare la restrizione $\boldsymbol{\mu} \geq 0$).

5.4 **Lagrangiana aumentata**. Si trovi l'ottimo del problema

$$\begin{aligned} \min \quad & x^2 - 4xy + y^2 \\ & x + y = 2 \\ & x, y \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

tramite la Lagrangiana aumentata (nota bene: NON è richiesto di trovare l'ottimo sostituendo $y = 2-x$ e risolvendo il problema in una sola dimensione; è fatto obbligo, per risolvere l'esercizio correttamente, di applicare la Lagrangiana aumentata). Si risolva il problema anche tramite il duale Lagrangiano e si commenti sulle differenze.

5.5 **Metodi di barriera in PL**. Si consideri il problema di PL in forma standard:

$$[\mathrm{P}] \quad \min\{\mathbf{c}^\top \mathbf{x} \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b} \wedge \mathbf{x} \geq 0\}.$$

Sia $\mathbf{x}^*$ la soluzione di P. Si consideri ora la sua riformulazione seguente:

$$[\mathrm{P}(\beta)] \quad \left.\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^\top \mathbf{x} - \beta \sum_{j=1}^{n} \ln x_j \\ \text{s.t.} \quad & A\mathbf{x} = \mathbf{b}. \end{aligned}\right\}$$

dove $\beta \geq 0$ è un parametro. Sia $\mathbf{x}^*(\beta)$ la soluzione di $\mathrm{P}(\beta)$. Si verifichi che $\mathbf{x}^*(\beta)$ converge a $\mathbf{x}^*$ per $\beta \to 0$.

[*Suggerimento*: si confrontino le condizioni di ottimalità di P e $\mathrm{P}(\beta)$.]