

Module Programmation mathématique avancée : partie SOCP

1 Exercice 1 (2pt)

Montrez que la contrainte suivante peut s'exprimer par des contraintes du type SOCP (on suppose que $-1 \leq x_i \leq 1$) :

$$\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{1 - x_i^2} \leq t.$$

2 Exercice 2 (2pt)

Nous avons déjà montré que $K^{**} = K$ pour un cône convexe et fermé K . En utilisant ce résultat, montrez que pour un cône convexe K (non nécessairement fermé), on a $K^{**} = \overline{K}$ où \overline{K} est l'adhérence ou fermeture de K (le plus petit fermé contenant K).

3 Exercice 3 (2pt)

Soient \mathcal{E}_1 et \mathcal{E}_2 deux ellipsoïdes définis par $\mathcal{E}_1 = \{x \in \mathbb{R}^n; (x - x_1)^T P_1^{-1} (x - x_1) \leq 1\}$ et $\mathcal{E}_2 = \{x \in \mathbb{R}^n; (x - x_2)^T P_2^{-1} (x - x_2) \leq 1\}$ où P_1 et P_2 sont 2 matrices définies positives.

Montrez que $\mathcal{E}_1 \cap \mathcal{E}_2 = \emptyset$ si et seulement s'il existe un vecteur $a \in \mathbb{R}^n$ vérifiant $\|P_2^{1/2} a\| + \|P_1^{1/2} a\| < a^T (x_1 - x_2)$.