

Curriculum Vitae Commenté  
i.e.  
Rapport d'Activités

Olivier Bournez

Dernière compilation: 24 novembre 2023  
Mais dernière mise à jour: Mars 2010



# Résumé

Mes travaux (en mars 2010) sont relatifs aux thématiques suivantes :

1. La vision par ordinateurs
  - appariements d'images en présence d'erreurs [44, 110]
2. Des outils pour la vérification par model-checking
  - Structures de données pour la représentation de polyèdres par les sommets [41, 107, 108, 112]
  - Développement d'une plateforme de mise à disposition d'outils logiciels pour la qualité et sûreté du logiciel [97]
  - Outils pour la vérification par model-checking basés sur la réécriture [104, 103, 117]
3. La frontière tractabilité/non-tractabilité en vérification
  - Indécidabilité de la stabilité des systèmes linéaires seuillés [40, 39, 106]
  - Contributions à quelques problèmes ouverts en basses dimensions [11, 38]
4. La théorie de la complexité dans le modèle de Blum Shub Smale
  - Caractérisations algébriques et machines indépendantes de classes de complexité [33, 37, 86, 90, 93, 94, 95, 100]
  - Caractérisations de classes de complexité à la modèles finis [86]
5. La programmation par règles contrôlées par stratégies
  - Outils de vérification par model-checking basés sur la réécriture [104, 103, 117]
  - Génération de mécanismes cinétiques chimiques par réécriture [88, 98, 96]
6. La théorie de la réécriture en présence de probabilités ou de flou
  - Opérateurs de stratégies probabilistes [102]
  - Logique de réécriture probabiliste [99]
  - Méthodes valides et complètes pour la terminaison presque sûre de règles probabilistes [84, 87, 116]
7. La théorie des modèles de calculs à temps continu
  - Rédaction d'un survol du domaine de référence [10, 111]
  - Caractérisation de la puissance de certains modèles issus de la vérification [45, 43, 42, 109, 112, 111]

- Expression d'un point de vue sur les phénomènes d'hypercalculs [35, 111, ?]
  - Liens entre analyse récursive et fonctions R-récessives (caractérisation algébrique de la notion de calculabilité en analyse récursive) [34, 36, 91, 92, 89, 111].
  - Extension vers la complexité : caractérisation algébrique de la notion de fonction calculable en temps polynomial sur les réels [?]
  - Équivalence entre le GPAC de Shannon et l'analyse récursive [32, 85, 111]
8. Algorithmique répartie :
- Abstraction continue pour les systèmes de grande taille [82]
  - Réseaux anonymes :
    - Réseaux anonymes & Jeux au sens de la théorie des jeux [79, ?]
    - Réseaux anonymes de grande taille : modèle, convergence, puissance [30, 81, 28]
  - Apprentissage réparti d'équilibres de Nash :
    - Utilisation pour des problèmes d'ordonnancement, ou de routage [115, 29, 80]
    - Résultats de convergence et résultats sur la vitesse de convergence de techniques réparties pour apprendre les équilibres de Nash de jeux génériques [?, ?].

# Liste des Publications Personnelles

MARS 2010 :

## Soumissions sélectionnées à des revues d'audience internationale avec comité de rédaction

- [1] Manon Blanc and Olivier Bournez. A characterization of polynomial time computable functions from the integers to the reals using discrete ordinary differential equations. Submitted. Journal version of [?]. Preliminary version available on <https://arxiv.org/abs/2209.13599> .

## Soumissions sélectionnées à des congrès d'audience internationale avec comité de sélection

- [2] Manon Blanc and Olivier Bournez. Measuring robustness of dynamical systems. relating time and space to length and precision, 2023.
- [3] Olivier Bournez and Quentin Guilmant. Surreal fields stable under exponential and logarithmic functions. Submitted, 2022.

## Edition d'actes et Participation à des ouvrages édités (avec comité de lecture et sélection)

- [4] Olivier Bournez. *Informatique Mathématique Une photographie en 2022. Cours donnés à l'Ecole Jeunes Chercheurs en Informatique Mathématiques.*, chapter Le Calcul Analogique.
- [5] Olivier Bournez, Enrico Formenti, and Igor Potapov, editors. *Reachability Problems - 17th International Conference, RP 2023, Nice, France, October 11-13, 2023, Proceedings*, volume 14235 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 2023.

- [6] Olivier Bournez, Gilles Dowek, Rémi Gilleron, Serge Grigorieff, Jean-Yves Marion, Simon Perdrix, and Sophie Tison. *L'I.A. frontières et Applications*, volume 3 of *Panorama de l'Intelligence Artificielle*, chapter Informatique théorique : complexité, automates et au-delà. Cépaduès Editions, <http://www.cepadues.com/>, 2014.
- [7] Olivier Bournez, Gilles Dowek, Rémi Gilleron, Serge Grigorieff, Jean-Yves Marion, Simon Perdrix, and Sophie Tison. *L'I.A. frontières et Applications*, volume 3 of *Panorama de l'Intelligence Artificielle*, chapter Informatique théorique : calculabilité, décidabilité et logique. Cépaduès Editions, <http://www.cepadues.com/>, 2014.
- [8] *Reachability Problems (RP 2009) Special Issue*, volume 22 of *International Journal of Foundations of Computer Science*, 2011.
- [9] Olivier Bournez and Igor Potapov, editors. *Reachability Problems, 3rd International Workshop, RP 2009, Palaiseau, France, September 23-25, 2009. Proceedings*, volume 5797 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 2009.
- [10] Olivier Bournez and Manuel L. Campagnolo. *New Computational Paradigms. Changing Conceptions of What is Computable*, chapter A Survey on Continuous Time Computations, pages 383–423. Springer-Verlag, New York, 2008.
- [11] Olivier Bournez and Michael B. Branicky. *Open Problems in Mathematical Systems and Control Theory*, chapter On matrix mortality in low dimensions, pages 67–70. Springer-Verlag, London, 1998.

## Articles de revues d'audience internationale avec comité de rédaction

- [12]
- [13] Olivier Bournez and Arnaud Durand. A characterization of functions over the integers computable in polynomial time using discrete ordinary differential equations. *Computational Complexity*, 32(2) :7, 2023.
- [14] Olivier Bournez, Riccardo Gozzi, Daniel S Graça, and Amaury Pouly. A continuous characterization of pspace using polynomial ordinary differential equations. *Journal of Complexity*, 77 :101755, august 2023.
- [15] Olivier Bournez and Amaury Pouly. A universal ordinary differential equation. *Logical Methods in Computer Science*, 16(1), 2020.
- [16] Olivier Bournez. La revanche du calcul analogique. *Blog 'Binaire' du journal 'Le Monde'*, 15 Février 2019. 2019.
- [17] Olivier Bournez and Sabrina Ouazzani. Continuous ordinary differential equations and transfinite computations. *ArXiv e-prints*, 2019.
- [18] Oliver Bournez, Oleksiy Kurganskyy, and Igor Potapov. Reachability problems for one-dimensional piecewise affine maps. *International Journal of Foundations of Computer Science*, 2018.

- [19] Daniel S. Graça Olivier Bournez and Amaury Pouly. Polynomial Time corresponds to Solutions of Polynomial Ordinary Differential Equations of Polynomial Length. *Journal of the ACM*, 64(6) :38 :1–38 :76, 2017.
- [20] O. Bournez, J. Cohen, and M. Rabie. Homonym Population Protocols. *Theory of Computing Systems*, 62(5) :1318–1346, 2017.
- [21] Olivier Bournez, Daniel Graça, and Amaury Pouly. On the Functions Generated by the General Purpose Analog Computer. *Information and Computation*, 257 :34–57, 2017.
- [22] H. Bazille, O. Bournez, W. Gomaa, and A. Pouly. On The Complexity of Bounded Time Reachability for Piecewise Affine Systems. *Theoretical Computer Science*, 735 :132–146, 2016.
- [23] Olivier Bournez, Daniel Graça, and Amaury Pouly. Computing with polynomial ordinary differential equations. *Journal of Complexity*, 36 :106 – 140, 2016.
- [24] Olivier Bournez, Daniel S. Graça, and Emmanuel Hainry. Computation with perturbed dynamical systems. *Journal of Computer System Science*, 79(5) :714–724, 2013.
- [25] Olivier Bournez, Jérémie Chalopin, Johanne Cohen, Xavier Koegler, and Rabie Mikaël. Population protocols that correspond to symmetric games. *International Journal of Unconventional Computation*, 9(1–2) :5–36, 2013.
- [26] Olivier Bournez and Gilles Dowek. Physics and computation special issue. *Natural Computing*, 11(1) :1, 2012.
- [27] Olivier Bournez, Walid Gomaa, and Emmanuel Hainry. Algebraic characterizations of complexity-theoretic classes of real functions. *IJUC*, 7(5) :331–351, 2011.
- [28] Guillaume Aupy and Olivier Bournez. On the number of binary-minded individuals required to compute  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ . *Theoretical Computer Science*, 411(22) :2262–2267, 2011.
- [29] Dominique Barth, Olivier Bournez, Octave Boussaton, and Johanne Cohen. Distributed learning of equilibria in a routing game. *Parallel Processing Letters*, 19 :189–204, 2009.
- [30] Olivier Bournez, Philippe Chassaing, Johanne Cohen, Lucas Gerin, and Xavier Koegler. On the convergence of population protocols when population goes to infinity. *Applied Mathematics and Computation*, 215(4) :1340–1350, 2009.
- [31] Olivier Bournez, Manuel L. Campagnolo, Daniel Graça, and Emmanuel S. Hainry. Polynomial differential equations compute all real computable functions on computable compact intervals. *Journal of Complexity*, 23(3) :317–335, 2007.
- [32] Olivier Bournez, Manuel L. Campagnolo, Daniel S. Graça, and Emmanuel Hainry. Polynomial differential equations compute all real computable functions on computable compact intervals. *Journal of Complexity*, 23(3) :317–335, June 2007.

- [33] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Implicit complexity over an arbitrary structure : Quantifier alternations. *Information and Computation*, 202(2) :210–230, February 2006.
- [34] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. Recursive analysis characterized as a class of real recursive functions. *Fundamenta Informaticae*, 74(4) :409–433, December 2006.
- [35] Olivier Bournez. How much can analog and hybrid systems be proved (super-)Turing. *Applied Mathematics and Computation*, 178(1) :58–71, 2006.
- [36] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. Elementarily computable functions over the real numbers and  $\mathbb{R}$ -sub-recursive functions. *Theoretical Computer Science*, 348(2–3) :130–147, 2005.
- [37] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Implicit complexity over an arbitrary structure : Sequential and parallel polynomial time. *Journal of Logic and Computation*, 15(1) :41–58, 2005.
- [38] Olivier Bournez and Michael Branicky. The mortality problem for matrices of low dimensions. *Theory of Computing Systems*, 35(4) :433–448, Jul-Aug 2002.
- [39] Vincent D. Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, and John Tsitsiklis. The stability of saturated linear dynamical systems is undecidable. *Journal of Computer and System Science*, 62(3) :442–462, May 2001.
- [40] Vincent Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, Christos Papadimitriou, and John Tsitsiklis. Deciding stability and mortality of piecewise affine dynamical systems. *Theoretical Computer Science A*, 1–2(255) :687–696, 2001.
- [41] Eugene Asarin, Olivier Bournez, Thao Dang, Oded Maler, and Amir Pnueli. Effective synthesis of switching controllers for linear systems. *Proceedings of the IEEE, Special Issue on ‘Hybrid Systems’*, 88(7) :1011–1025, July 2000.
- [42] Olivier Bournez. Some bounds on the computational power of piecewise constant derivative systems. *Theory of Computing Systems*, 32(1) :35–67, 1999.
- [43] Olivier Bournez. Achilles and the Tortoise climbing up the hyperarithmetical hierarchy. *Theoretical Computer Science*, 210(1) :21–71, 6 January 1999.
- [44] Patrick Gros, Olivier Bournez, and Edmond Boyer. Using local planar geometric invariants to match and model images of line segments. *Computer Vision and Image Understanding : CVIU*, 69(2) :135–155, February 1998.
- [45] Olivier Bournez and Michel Cosnard. On the computational power of dynamical systems and hybrid systems. *Theoretical Computer Science*, 168(2) :417–459, November 1996.

## Congrès d'audience internationale avec comité de sélection

- [46] Manon Blanc and Olivier Bournez. Quantifying the robustness of dynamical systems. relating time and space to length and precision. In *Computer Science Logic CSL'24*, Naples, Italy, February 2024.
- [47] Manon Blanc and Olivier Bournez. Measuring the robustness of the dynamical systems. relating time and space to length and precision. In *7th International Workshop "Women in Logic" Wil'2023*, Rome, Italy, July 2023.
- [48] Manon Blanc and Olivier Bournez. Characterisations of polynomial-time and -space complexity classes over the reals characterisations of polynomial-time and -space complexity classes over the reals. In *Twentieth International Conference on Computability and Complexity in Analysis CCA'23*, Dubronik, Croatia, September 2023.
- [49] Olivier Bournez and Riccardo Gozzi. Discontinuous ivps with unique solutions. In *Twentieth International Conference on Computability and Complexity in Analysis CCA'23*, Dubronik, Croatia, September 2023.
- [50] Olivier Bournez, Johanne Cohen, and Valentin Dardilhac. On the  $\delta$ -decidability of decision problems for neural network questions. In *Twentieth International Conference on Computability and Complexity in Analysis CCA'23*, Dubronik, Croatia, September 2023.
- [51] Olivier Bournez and Riccardo Gozzi. Discontinuous ivps with unique solutions. In *Continuity, Computability, Constructivity. From Logic to Algorithms. CCC'23*, Kyoto, Japan, September 2023.
- [52] Manon Blanc and Olivier Bournez. Characterisations of polynomial-time and -space complexity classes over the reals characterisations of polynomial-time and -space complexity classes over the reals. In *Continuity, Computability, Constructivity. From Logic to Algorithms. CCC'23*, Kyoto, Japan, September 2023.
- [53] Olivier Bournez, Johanne Cohen, and Valentin Dardilhac. On the  $\delta$ -decidability of decision problems for neural network questions. In *Computability, Continuity, Constructivity - from Logic to Algorithms CCC'23*, 2023.
- [54] Manon Blanc and Olivier Bournez. A characterisation of functions computable in polynomial time and space over the reals with discrete ordinary differential equations simulation of turing machines with analytic discrete odes. In *Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS'2023)*, 2023.
- [55] Manon Blanc and Olivier Bournez. A characterization of polynomial time computable functions from the integers to the reals using discrete ordinary differential equations. In Jérôme Durand-Lose and György Vaszil, editors, *Machines, Computations, and Universality - 9th International Conference*,

- MCU 2022, Debrecen, Hungary, August 31 - September 2, 2022, Proceedings*, volume 13419 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 58–74. Springer, 2022.
- [56] Olivier Bournez. Programming with ordinary differential equations : Some first steps towards a programming language. In Ulrich Berger, Johanna N. Y. Franklin, Florin Manea, and Arno Pauly, editors, *Revolutions and Revelations in Computability - 18th Conference on Computability in Europe, CiE 2022, Swansea, UK, July 11-15, 2022, Proceedings*, volume 13359 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 39–51. Springer, 2022.
- [57] Olivier Bournez. Computability, complexity and programming with ordinary differential equations (invited talk). In *37th International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS 2020)*. Schloss Dagstuhl-Leibniz-Zentrum für Informatik, 2020.
- [58] Olivier Bournez and Arnaud Durand. Recursion schemes, discrete differential equations and characterization of polynomial time computation. In Peter Rossmanith, Pinar Heggenes, and Joost-Pieter Katoen, editors, *44th Int Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science, MFCS*, volume 138 of *LIPICs*, pages 23 :1–23 :14. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum für Informatik, 2019.
- [59] Olivier Bournez. Ordinary differential equations & computability. In *20th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC'2018)*, 2018.
- [60] Olivier Bournez and Sabrina Ouazzani. Cheap non-standard analysis and computability : Some applications. In *20th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC'2018)*, 2018.
- [61] Francois Fages, Guillaume Le Guludec, Olivier Bournez, and Amaury Pouly. Strong turing completeness of continuous chemical reaction networks and compilation of mixed analog-digital programs. In *Computational Methods in Systems Biology-CMSB 2017*, 2017.
- [62] Olivier Bournez and Amaury Pouly. A universal ordinary differential equation. In *International Colloquium on Automata Language Programming, ICALP'2017*, 2017.
- [63] Olivier Bournez, Daniel S. Graça, and Amaury Pouly. Polynomial Time corresponds to Solutions of Polynomial Ordinary Differential Equations of Polynomial Length. The General Purpose Analog Computer and Computable Analysis are two efficiently equivalent models of computations. In *43rd International Colloquium on Automata, Languages, and Programming, ICALP 2016, July 11-15, 2016, Rome, Italy*, volume 55 of *LIPICs*, pages 109 :1–109 :15. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2016.
- [64] Axiomatizing analog algorithms. In Arnold Beckmann, Laurent Bienvenu, and Natasa Jonoska, editors, *Pursuit of the Universal - 12th Conference on Computability in Europe, CiE 2016, Paris, France, June 27 - July*

- 1, 2016, *Proceedings*, volume 9709 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 215–224. Springer, 2016.
- [65] Olivier Bournez, Daniel Graça, and Amaury Pouly. Rigorous numerical computation of polynomial differential equations over unbounded domains. In Ilias S. Kotsireas, Siegfried M. Rump, and Chee K. Yap, editors, *Mathematical Aspects of Computer and Information Sciences - 6th International Conference, MACIS 2015, Berlin, Germany, November 11-13, 2015, Revised Selected Papers*, pages 469–473, 2015.
- [66] Olivier Bournez, Johanne Cohen, and Mikaël Rabie. Homonym population protocols. In Springer, editor, *Networked Systems. Third International Conference, NETYS 2015, Agadir, Morocco, May 13-15, 2015, Revised Selected Papers*, volume 9466 of *Lecture Notes in Computer Science*, 2015.
- [67] Hugo Bazille, Olivier Bournez, Walid Gomaa, and Amaury Pouly. On the complexity of bounded time reachability for piecewise affine systems. In *Reachability Problems - 8th International Workshop, RP 2014, Oxford, UK, September 22-24, 2014. Proceedings*, volume 8762 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 20–31. Springer, 2014.
- [68] Olivier Bournez, Jonas Lefèvre, and Mikaël Rabie. Trustful population protocols. In *International Symposium on Distributed Computing (DISC'2013)*, 2013.
- [69] Olivier Bournez, Daniel S. Graça, Amaury Pouly, and Ning Zhong. Computability and computational complexity of the evolution of nonlinear dynamical systems. In Paola Bonizzoni, Vasco Brattka, and Benedikt Löwe, editors, *Computability in Europe (CIE'2013)*, *Lecture Notes in Computer Science*, pages 12–21. Springer, 2013.
- [70] Olivier Bournez and Jonas Lefèvre. Population protocols on graphs : A hierarchy. In Giancarlo Mauri, Alberto Dennunzio, Luca Manzoni, and Antonio E. Porreca, editors, *Spatial Computing Workshop (SCW'2013)*. Springer, 2013.
- [71] Olivier Bournez, Daniel S. Graça, and Amaury Pouly. Turing machines can be efficiently simulated by the general purpose analog computer. In T.-H. Hubert Chan, Lap Chi Lau, and Luca Trevisan, editors, *Theory and Applications of Models of Computation, 10th International Conference, TAMC 2013, Hong Kong, China, May 20-22, 2013. Proceedings (TAMC'2013)*, volume 7876, pages 169–180. Springer, 2013.
- [72] Olivier Bournez, Pierre Fraigniaud, and Xavier Koenigler. Computing with large populations using interactions. In Branislav Rován, Vladimiro Sassone, and Peter Widmayer, editors, *Mathematical Foundations of Computer Science, MFCS'12*, *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag, 2012.
- [73] Olivier Bournez, Nachum Dershowitz, and Evgenia Falkovich. Towards an axiomatization of simple analog algorithms. In Manindra Agrawal, S. Barry Cooper, and Angsheng Li, editors, *Theory and Applications of*

- Models of Computation - 9th Annual Conference, TAMC 2012, Beijing, China, May 16-21, 2012. Proceedings*, volume 7287 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 525–536. Springer-Verlag, 2012.
- [74] Olivier Bournez, Jérémie Chalopin, Johanne Cohen, Xavier Koegler, and Mikaël Rabie. Computing with pavlovian populations. In *Principles of Distributed Systems - 15th International Conference, OPODIS 2011, Toulouse, France, December 13-16, 2011. Proceedings*, volume 7109 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 409–420. Springer, 2011.
- [75] Amaury Pouly Olivier Bournez, Daniel Graça. Solving analytic differential equations in polynomial time over unbounded domains. In *Mathematical Foundations of Computer Science, MFCS'11*, volume 6907 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 170–181, 2011.
- [76] Olivier Bournez, Daniel S. Graça, and Emmanuel Hainry. Robust computations with dynamical systems. In *Mathematical Foundations of Computer Science, MFCS'2010*, volume 6281 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 198–208. Springer, 2010.
- [77] Dominique Barth, Olivier Bournez, Octave Boussaton, and Johanne Cohen. A dynamic approach for load balancing. In ACM Digital Library, editor, *GameComm'09, 3rd ICST/ACM International Workshop on Game Theory in Communication Networks*, pages 60 :1–60 :7, Pisa, Italy, October 2009. ICST (Institute for Computer Sciences, Social-Informatics and Telecommunications Engineering).
- [78] Walid Gomaa Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. Implicit complexity in recursive analysis. In *Logic and Computational Complexity*, 2009.
- [79] Olivier Bournez, Jérémie Chalopin, Johanne Cohen, and Xavier Koegler. Playing with population protocols. In *The Complexity of a Simple Program*, Cork, Irland, December 6-7th 2008.
- [80] Dominique Barth, Olivier Bournez, Octave Boussaton, and Johanne Cohen. Distributed learning of wardrop equilibria. In *Unconventional Computation 2008, UC 2008*, volume 5204 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 19–32, Vienna, Austria, August 25-28 2008. Springer.
- [81] Olivier Bournez, Philippe Chassaing, Johanne Cohen, Lucas Gerin, and Xavier Koegler. On the convergence of a population protocol when population goes to infinity. In *Physics and Computations, Workshop of Unconventional Computation 2008, UC 2008*, Vienna, Austria, August 25-28 2008.
- [82] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. On the Computational Capabilities of Several Models. In *Machines, Computations and Universality (MCU'2007)*, volume 4664 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, September 10-13 2007.
- [83] D. Barth, O. Bournez, O. Boussaton, and J. Cohen. Convergences et dynamiques du routage dans les réseaux. In *Journées Pôle ResCom*, September 2007.

- [84] Olivier Bournez and Florent Garnier. Proving positive almost sure termination under strategies. In Frank Pfenning, editor, *17th International Conference on Rewriting Techniques and Applications (RTA'2006)*, volume 4098 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 357–371, Seattle, WA, USA, 2006. Springer.
- [85] Olivier Bournez, Manuel L. Campagnolo, Daniel S. Graça, and Emmanuel Hainry. The general purpose analog computer and computable analysis are two equivalent paradigms of analog computation. In Jin-yi Cai, S. Barry Cooper, and Angsheng Li, editors, *Theory and Applications of Models of Computation, Third International Conference, TAMC 2006, Beijing, China, May 15-20, 2006, Proceedings*, volume 3959 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 631–643. Springer, 2006.
- [86] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Logical characterizations of  $P_{\mathcal{K}}$  and  $NP_{\mathcal{K}}$  over an arbitrary structure  $k$ . In *3rd APPSEM II Workshop (APPSEM'05), Frauenchiemsee, Germany, 2005. Also accepted for presentation at CIE 2005 : New Computational Paradigms.*, 2005.
- [87] Olivier Bournez and Florent Garnier. Proving positive almost sure termination. In *16th International Conference on Rewriting Techniques and Applications (RTA'2005)*, volume 3467 of *Lecture Notes in Computer Science*, page 323, Nara, Japan, 2005. Springer.
- [88] Olivier Bournez, Liliana Ibanescu, and H el ene Kirchner. From chemical rules to term rewriting. In *6th International Workshop on Rule-Based Programming*, Nara, Japan, April 2005.
- [89] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. An analog characterization of elementarily computable functions over the real numbers. In *In 2nd APPSEM II Workshop (APPSEM'04)*, Tallinn, Estonia, April 2004.
- [90] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacob e de Naurois, and Jean-Yves Marion. Tailoring recursion to characterize non-deterministic complexity classes over arbitrary structures. In *In 2nd APPSEM II Workshop (APPSEM'04)*, April 2004.
- [91] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. An analog characterization of elementarily computable functions over the real numbers. In *31th International Colloquium on Automata Languages and Programming (ICALP'04)*, volume 3142 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 269–280, Turku, Finland, 2004. Springer.
- [92] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. Real recursive functions and real extentions of recursive functions. In Maurice Margenstern, editor, *Machines, Computations and Universality (MCU'2004)*, volume 3354 of *Lecture Notes in Computer Science*, Saint-Petersburg, Russia, September 2004.
- [93] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacob e de Naurois, and Jean-Yves Marion. Tailoring recursion to characterize non-deterministic complexity

- classes over arbitrary structures. In *3rd IFIP International Conference on Theoretical Computer Science - TCS'2004*, Toulouse, France, august 2004. Kluwer Academic Press.
- [94] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Computability over an arbitrary structure. sequential and parallel polynomial time. In Andrew D. Gordon, editor, *Foundations of Software Science and Computational Structures, 6th International Conference (FOS-SACS'2003)*, volume 2620 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 185–199, Warsaw, 2003. Springer.
- [95] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Safe recursion over an arbitrary structure : PAR, PH and PH. In Anuj Dawar, editor, *Fifth International Workshop on Implicit Computational Complexity - ICC'2003*, volume 90 of *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, Ottawa, Canada, 2003.
- [96] Olivier Bournez, Guy-Marie Côme, Valérie Conraud, Hélène Kirchner, and Liliana Ibanescu. Automated generation of kinetic chemical mechanisms using rewriting. In P.M.A. Sloot, D. Abramson, A.V. Bogdanov, J.J. Dongarra, A.Y. Zomaya, and Y.E. Gorbachev, editors, *International Conference on Computational Science - ICCS 2003, Melbourne, June 2-4, 2003, Proceedings, Part III*, volume 2659 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 367–376. Springer, 2003.
- [97] Olivier Bournez, Mohamed El Habib, Claude Kirchner, Hélène Kirchner, Jean-Yves Marion, and Stephan Merz. The qsl platform at loria. In *First QPQ Workshop on Deductive Software Components*, pages 9–12, Miami, Florida, July 28 2003. CADE-19 Workshop, <ftp://ftp.csl.sri.com/pub/users/shankar/QPQ03.pdf>.
- [98] Olivier Bournez, Guy-Marie Côme, Valérie Conraud, Hélène Kirchner, and Liliana Ibanescu. A rule-based approach for automated generation of kinetic chemical mechanisms. In Robert Nieuwenhuis, editor, *Rewriting Techniques and Applications, 14th International Conference, RTA 2003, Valencia, Spain, June 9-11, 2003, Proceedings*, volume 2706 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 30–45. Springer, June 2003.
- [99] Olivier Bournez and Mathieu Hoyrup. Rewriting logic and probabilities. In Robert Nieuwenhuis, editor, *Rewriting Techniques and Applications, 14th International Conference, RTA 2003, Valencia, Spain, June 9-11, 2003, Proceedings*, volume 2706 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 61–75. Springer, June 2003.
- [100] Olivier Bournez, Paulin de Naurois, and Jean-Yves Marion. Safe recursion and calculus over an arbitrary structure. In *Implicit Computational Complexity - ICC'02*, Copenhagen, Denmark, July 2002.
- [101] Olivier Bournez. A generalization of equational proof theory? In Holger Hermanns and Roberto Segala, editors, *Process Algebra and Probabilistic Methods : Performance Modeling and Verification, 2nd Joint International*

- Workshop*, volume 2399 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 208–209. Springer-Verlag, July25–26 2002.
- [102] Olivier Bournez and Claude Kirchner. Probabilistic rewrite strategies : Applications to ELAN. In Sophie Tison, editor, *Rewriting Techniques and Applications*, volume 2378 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 252–266. Springer-Verlag, July22-24 2002.
- [103] Emmanuel Beffara, Olivier Bournez, Hassen Kacem, and Claude Kirchner. Verification of timed automata using rewrite rules and strategies. In Nachum Dershowitz and Ariel Frank, editors, *Proceedings BISFAI 2001, Seventh Biennial Bar-Ilan International Symposium on the Foundations of Artificial Intelligence*, Ramat-Gan, Israel, June25–27, 2001.
- [104] Emmanuel Beffara, Olivier Bournez, Hassen Kacem, and Claude Kirchner. Verification of timed automata using rewrite rules and strategies. In *Sixth Annual Workshop of the ERCIM Working Group on Constraints*, Prague, June18–20, 2001.
- [105] Eugene Asarin, Olivier Bournez, Thao Dang, and Oded Maler. Approximate reachability analysis of piecewise-linear dynamical systems. In *Hybrid Systems : Computation and Control (HSCC'00), Pittsburgh (USA)*, volume 1790 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 20–31. Springer-Verlag, March 23-25 2000 2000.
- [106] Vincent D. Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, and John N. Tsitsiklis. The stability of saturated linear dynamical systems is undecidable. In Horst Reichel Sophie Tison, editor, *Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS), Lille, France*, volume 1770 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 479–490. Springer-Verlag, February 2000.
- [107] Olivier Bournez and Oded Maler. On the representation of timed polyhedra. In *International Colloquium on Automata Languages and Programming (ICALP'00)*, volume 1853 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 793–807, Geneva, Switzerland, 9–15 July 2000. Springer.
- [108] Olivier Bournez, Oded Maler, and Amir Pnueli. Orthogonal polyhedra : Representation and computation. In *Hybrid Systems : Computation and Control - HSCC'99*, volume 1569 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 46–60, Nijmegen, Pays-Bas, 29–31March 1999.
- [109] O. Bournez. Some bounds on the computational power of piecewise constant derivative systems. In Pierpaolo Degano, Robert Gorrieri, and Alberto Marchetti-Spaccamela, editors, *Automata, Languages and Programming, 24th International Colloquium (ICALP'97)*, volume 1256 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 143–153, Bologne, Italie, 7–11 July 1997. Springer-Verlag.
- [110] J. Mundy, C. Huang, J. Liu, W. Hoffman, D. Forsyth, C. Rothwell, A. Zisserman, S. Uteke, and O. Bournez. MORSE : A 3D object recognition system based on geometric invariants. In *ARPA Image Understanding Workshop*, pages 1393–1402, Monterey (CA), USA, 13–16November 1994.

## Habilitation et Thèse

- [111] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée.* Hdr, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.
- [112] Olivier Bournez. *Complexité Algorithmique des Systèmes Dynamiques Continus et Hybrides.* Phd thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 18 Janvier 1999.

## Rapports de Recherche (non redondants avec publications précédentes, présents ici car cités dans ce document)

- [113] Olivier Bournez and Florent Garnier. Termination in finite mean time of a csma/ca termination in finite mean time of a csma/ca rule-based model. Technical report, LORIA/INRIA, 2008. Submitted.
- [114] Dominique Barth, Olivier Bournez, Octave Boussaton, and Johanne Cohen. A dynamical approach for load balancing. Technical report, LORIA/INRIA, 2008. Submitted. Available on <http://www.lix.polytechnique.fr/~bournez/load/Soumis-Octave-Fev-2008.pdf>.
- [115] Olivier Bournez Johanne Cohen Loubna Echabbi Sylvie Delaët, Dominique Barth. Existence of a Nash equilibria in a pricing game adapted to BGP. Technical report, LRI, 2006.
- [116] Olivier Bournez, Florent Garnier, and Claude Kirchner. Termination in finite mean time of a csma/ca rule-based model. Technical report, LORIA, Nancy, 2005.
- [117] Olivier Bournez, Terence Soussan, and Bertrand Tavernier. Symbolic simulation and formal verification of updatable timed automata. Technical report, LORIA, 2005.
- [118] Olivier Bournez, T erence Soussan, and Bertrand Tavernier. Symbolic simulation and formal verification of updatable timed automata using a rewrite system. Technical report, LORIA, 2004.
- [119] Olivier Bournez, Mathieu Hoyrup, and Claude Kirchner. Logique de r ecriture probabiliste. Technical report, LORIA, 2003.
- [120] Olivier Bournez. Fuzzy equational theories. Technical report, LORIA, 2003.

# Sur ce document

Ce document présente mes activités scientifiques depuis ma thèse, sous la forme d'un rapport d'activités.

Ce document est disponible sur

<http://www.lix.polytechnique.fr/~bournez/HDR/cv-commente.pdf> depuis<sup>1</sup> mai 2006. Il **ETAIT** remis à jour régulièrement<sup>2</sup> : la date sur la première page donne la date de sa dernière remise à jour et compilation.

**MARS 2010 : UNE SUITE D'EVENEMENTS INDEPENDENDANTS DE MA VOLONTE M'OBLIGE A DECLARER : JE CRAQUE. JE DECIDE D'ABANDONNER LA MISE A JOUR REGULIERE DE CE DOCUMENT. Je le laisse toutefois en accès sur ma page web car explique toutefois certaines choses.**

Les publications citées sont disponibles au téléchargement sur

<http://www.lix.polytechnique.fr/~bournez/>

Merci à tous ceux qui ont déjà exprimé quelques commentaires. D'autres commentaires sont possibles : email : [bournez@lix.polytechnique.fr](mailto:bournez@lix.polytechnique.fr).

Ce document a en fait été écrit juste avant de commencer la rédaction de mon habilitation à diriger les recherche (HDR). Il ne constitue pas mon HDR. En effet, cette dernière se focalise sur certains aspects (la ou les théories des calculs pour les systèmes continus), avec une part importante laissée aux prospectives, alors que ce document présente l'ensemble de mes résultats obtenus, sans viser à autant de prospectives.

En fait, auparavant, ce document reliait aussi ces activités scientifiques à diverses responsabilités collectives. Il s'avère, qu'avec l'age, cela perd du sens : plusieurs responsabilités collectives au niveau de la recherche s'avèrent intersecter plus qu'un chapitre, et donc devraient être répétées un peu partout. Aussi, j'ai préféré ne parler plus que de science pure, et plus de responsabilités scientifiques.

---

1. Enfin, entre temps j'ai changé de labo, et donc d'adresse web.

2. Enfin, avec le temps, et mes nouvelles occupations, c'est de plus en plus dur.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Retour aux sources</b>	<b>21</b>
1.1	Début de l'histoire . . . . .	21
1.2	Genèse . . . . .	21
1.3	Préhistoire . . . . .	21
1.4	Âge de bronze . . . . .	23
1.5	Au service de la nation . . . . .	25
1.6	Besoin de stabilité . . . . .	26
1.7	Place Stanislas . . . . .	27
<b>2</b>	<b>Outils pour la vérification</b>	<b>29</b>
2.1	Motivation . . . . .	29
2.2	Polyèdres orthogonaux . . . . .	30
2.3	Polyèdres temporisés . . . . .	30
2.4	Plateforme QSL . . . . .	31
2.5	ELAN en tant qu'outil de vérification . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Frontière Tractabilité/Non-Tractabilité</b>	<b>33</b>
3.1	Motivation . . . . .	33
3.2	Stabilité des Systèmes dynamiques . . . . .	33
3.3	Problèmes en basses dimensions . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Complexité dans le modèle BSS</b>	<b>37</b>
4.1	Motivation . . . . .	37
4.2	Fonctions récursives sûres . . . . .	38
4.3	Modèles finis . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Programmation par règles et stratégies</b>	<b>43</b>
5.1	Motivation . . . . .	43
5.2	Vérification Algorithmique de Systèmes Hybrides . . . . .	44
5.3	Génération de mécanismes chimiques . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Réécritures exotiques</b>	<b>51</b>
6.1	Motivation . . . . .	51
6.2	Stratégies probabilistes . . . . .	52
6.3	Logique de réécriture probabiliste . . . . .	53

6.4	Autres notions d'incertitude . . . . .	54
6.5	Preuve de terminaison presque sûre . . . . .	54
<b>7</b>	<b>Modèles de Calculs à Temps Continu</b>	<b>57</b>
7.1	Motivation . . . . .	57
7.2	Théorie des calculs pour les systèmes à temps continu . . . . .	58
7.3	Systèmes continus et hyper-calculs . . . . .	59
7.4	Approche algébrique : Classes de la Calculabilité . . . . .	61
7.5	Approche algébrique : Classes de Complexité . . . . .	63
7.6	A propos du General Purpose Analog Computer . . . . .	64
<b>8</b>	<b>Algorithmique Distribuée</b>	<b>67</b>
8.1	Motivation . . . . .	67
8.2	Présentations générales : Systèmes concurrents et Abstractions Continues . . . . .	68
8.3	Protocoles de populations & Jeux . . . . .	69
8.4	Protocoles de grandes populations . . . . .	70
8.5	Routage & théorie des jeux . . . . .	72
8.6	Ordonnancement & Apprentissage . . . . .	73
8.7	Apprentissage en Théorie des Jeux . . . . .	74
<b>9</b>	<b>Références</b>	<b>77</b>

# Chapitre 1

## Retour aux sources

### 1.1 Début de l’histoire

Je choisis de faire commencer mon histoire à la date de mon recrutement en tant que chargé de recherche INRIA, le vendredi 1<sup>er</sup> octobre 1999.

Cependant, je crois qu’on ne peut pas comprendre vraiment mon parcours, sans parler un peu de ce que j’ai fait avant, et du parcours scientifique et administratif qui m’ont conduit à devenir chercheur à l’INRIA Lorraine au LORIA à Nancy, puis Professeur chargé de cours d’exercice complet à l’Ecole Polytechnique à Palaiseau.

### 1.2 Genèse

Né en Franche-Comté, après des études au collège de Quingey, puis au Lycée Technique Jules Haag de Besançon, après un baccalauréat E, Mathématiques et Techniques, puis une classe préparatoire au Lycée Victor Hugo de Besançon, je suis devenu élève de l’École Normale Supérieure de Lyon le Mardi 15 septembre 1992.

À Lyon, j’ai choisi la filière “Informatique”.

### 1.3 Préhistoire

Dans le cadre de cette scolarité, j’ai effectué les stages réglementaires, c’est-à-dire un stage de six semaines en première année, et un stage à l’étranger de trois mois en deuxième année.

En première année, j’ai fait mon stage à Grenoble, sous la direction de Patrick Gros, qui est maintenant responsable de l’équipe TEXMEX de l’INRIA à Rennes. Patrick était en train de soutenir sa thèse. Il y avait aussi là-bas, Edmond Boyer, qui effectuait son stage de DEA, et qui est devenu plus tard mon

coauteur dans la publication [44] avec Patrick. Edmond est maintenant Maître de Conférences à Grenoble I.

Il s'agit de problèmes reliés à la vision : prendre la photographie (bidimensionnelle) d'un objet (tridimensionnel) correspond à effectuer une certaine projection : les coordonnées des points sur l'image s'obtiennent en appliquant une certaine transformation linéaire projective aux coordonnées des points de l'objet réel dans l'espace [Gro93]. Il en suit qu'entre deux prises de vues d'un même objet, il doit exister une certaine transformation linéaire projective. Les transformations linéaires projectives préservent certaines quantités comme les birapports. Les birapports sont des quantités difficiles à calculer en pratique de façon stable. En approximant les transformations projectives par des classes de transformations plus simples (par exemple les similitudes), et en considérant des quantités invariantes par ces approximations, on obtient des quasi-invariants au lieu d'invariants par ces transformations projectives [Gro93].

Patrick a développé dans sa thèse [Gro93] un ensemble d'outils théoriques et logiciels, basés sur la préservation d'invariants ou de quasi-invariants, qui permettent, à partir de deux images d'un même objet, de déterminer la transformation la plus probable, ainsi que les correspondances les plus probables entre points sur les deux images. Cela constitue donc un moyen d'obtenir des relations d'appariements entre points pour des paires d'images.

Malheureusement, qui dit le plus probable, dit que ces relations sont parfois erronées.

Le sujet de mon travail a été de réfléchir à comment utiliser les informations obtenues lorsqu'on a  $n$  images d'un même objet plutôt que deux : les outils précédents pour les  $n \times (n - 1)$  combinaisons de paires d'images donnent un ensemble de relations entre points. Comment utiliser ces informations, pour augmenter le degré de certitude ?

Ce que j'ai proposé a été d'utiliser des techniques basées sur la recherche de composantes fortement connexes dans des graphes.

En effet, s'il n'y avait aucune erreur, tous les points qui correspondent au même point tridimensionnel devraient être appariés lors de toutes ces combinaisons d'images deux à deux, et donc le graphe des relations entre ces points devrait constituer un sous graphe complet, c'est-à-dire une clique. En réalité, il y a des erreurs, et l'on n'observe pas de vraies cliques. Mais en se basant sur l'idée qu'une clique se caractérise par un degré de connexité fort, on peut détecter des composantes qui sont très proches d'une clique.

Ces idées font (une) partie de la publication [44], rédigée bien ultérieurement par mes coauteurs. Je remercie ici mes coauteurs pour la rédaction de ce papier. Je n'ai jamais revu Patrick depuis cette époque. J'ai eu le plaisir d'enseigner pour Edmond, bien plus tard.

En deuxième année, j'ai travaillé sur des sujets proches. En partie parce que cela m'intéressait, et aussi surtout car je dois aux gens de Grenoble de m'avoir aidé à trouver ce stage. Merci encore pour cela.

J'ai effectué mon stage dans le laboratoire de recherche de l'entreprise privée General Electric, sous la direction de Joseph L. Mundy.

Il s'agissait d'adapter certains algorithmes de Jane Liu [LMFZ94] pour l'appariement de points entre objets invariants par rotation (toujours basés sur le principe de la préservation des birapports entre deux images d'un même objet), pour le système logiciel développé par le laboratoire à cette époque. Cela a mené à la publication [110].

Je remercie ici la générosité des gens de General Electric, en particulier, Joseph L. Mundy, et la patience des gens qui m'ont encadré là-bas, en particulier C. Huang, au détriment de leurs week-ends et vacances.

## Publications relatives

### Revues

- [44] Patrick Gros, Olivier Bournez, and Edmond Boyer. Using local planar geometric invariants to match and model images of line segments. *Computer Vision and Image Understanding : CVIU*, 69(2) :135–155, February 1998.

### Conférences

- [110] J. Mundy, C. Huang, J. Liu, W. Hoffman, D. Forsyth, C. Rothwell, A. Zisserman, S. Utcke, and O. Bournez. MORSE : A 3D object recognition system based on geometric invariants. In *ARPA Image Understanding Workshop*, pages 1393–1402, Monterey (CA), USA, 13–16 November 1994.

## 1.4 Âge de bronze

À l'issue de mon DEA à Lyon, j'ai effectué mon stage de DEA sous la responsabilité de Michel Cosnard, qui était à l'époque, Professeur à l'École Normale Supérieure de Lyon et directeur du Laboratoire de l'Informatique du Parallélisme (LIP) à Lyon.

Les sujets d'intérêts de Michel sont nombreux et comprennent entre autres le parallélisme, et les systèmes dynamiques (sa thèse parle de systèmes dynamiques). Il est donc naturel que Michel se soit intéressé aux modèles de réseaux de neurones formels, qui sont des systèmes dynamiques particuliers, et qui constituent un certain modèle du parallélisme.

Nous étions en 1996. C'était l'époque où, Hava Siegelmann affirmait par plusieurs résultats théoriques, la surpuissance des réseaux de neurones formels, et la remise en cause avec Eduardo Sontag de la thèse de Church pour une thèse de Siegelmann Sontag [Sie96, SS94, Sie95, Sie99].

Le travail que j'ai effectué en DEA a consisté à exhiber plusieurs modèles dont la puissance de calcul est égale à celle des réseaux de neurones formels de Siegelmann et Sontag. Il n'y a rien de fondamentalement nouveau dans les résultats, mais la force de [45] est de mettre dans un même endroit plusieurs modèles de la littérature, et de montrer qu'ils sont équivalents du point de vue calculatoire.

Parmi ces modèles, il y a le modèle de systèmes hybrides PCD (Piecewise Constant Derivative Systems) proposé par Eugène Asarin<sup>1</sup>, Oded Maler et Amir Pnueli [AMP95]. Le papier [45] montre que ces systèmes ont la puissance des réseaux de neurones formels de Siegelmann et Sontag, si l'on considère le temps comme discret.

Or, à cette même époque, John Mullins, en visite au LIP, à qui je dois de m'avoir introduit aux vertus des hiérarchies arithmétiques, m'a montré un jour un papier des mêmes auteurs dans *Theoretical Computer Science*, montrant précisément que si l'on considère le temps comme continu dans ces systèmes, alors ces systèmes sont capables de reconnaître des langages indécidables, et même des langages de la hiérarchie arithmétique. Il n'en fallait pas moins pour que Michel me suggère d'essayer de comprendre la puissance de ces systèmes, et si c'était l'incarnation du même phénomène : peut-on relier ce résultat aux résultats à la Siegelmann Sontag ? Ma réponse, plusieurs années après, est "non". Ce sont des résultats qui utilisent deux aspects orthogonaux des systèmes continus : la densité de l'espace, et du temps.

Toutefois cette question m'a mené à réfléchir longuement sur la puissance exacte du modèle des PCD. De façon amusante, et en fait assez étrange, elle se caractérise en fonction de la dimension [109, 42, 43, 112]. On peut considérer le sujet comme d'un intérêt discutable, mais en fait, en y regardant de nouveau, si on oublie la forme des papiers [109, 42, 43], sur le fond, je partage l'avis de mes referees : c'est assez surprenant que la puissance dépende de la dimension. En plus, cela a un aspect moralisateur assez surprenant : dans un espace en dimension 3, on ne peut rien faire d'autre qu'une machine de Turing. Le problème apparaît dès que l'espace contient 4 dimensions.

Le titre de la section vient du fait que ma thèse [112] a été primée plus tard par l'équivalent d'une médaille d'un certain métal. Pas pour ces travaux précisément, mais pour un assemblage hétéroclite de travaux autour de problèmes liés à la vérification des systèmes hybrides.

## Publications relatives

### Thèse

[112] Olivier Bournez. *Complexité Algorithmique des Systèmes Dynamiques Continus et Hybrides*. Phd thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 18 Janvier 1999.

### Revues

[43] Olivier Bournez. Achilles and the Tortoise climbing up the hyperarithmetical hierarchy. *Theoretical Computer Science*, 210(1) :21–71, 6 January 1999.

---

1. À vrai dire, Eugène n'était pas là lors du tout premier papier. Mais sans Eugène, qui l'utilise régulièrement pour ses vertus pédagogiques pour pointer les problèmes qui se posent avec de tels systèmes, je ne suis pas certain que ce modèle aurait autant été discuté.

- [42] Olivier Bournez. Some bounds on the computational power of piecewise constant derivative systems. *Theory of Computing Systems*, 32(1) :35–67, 1999.
- [45] Olivier Bournez and Michel Cosnard. On the computational power of dynamical systems and hybrid systems. *Theoretical Computer Science*, 168(2) :417–459, November 1996.

## Conférences

- [109] O. Bournez. Some bounds on the computational power of piecewise constant derivative systems. In Pierpaolo Degano, Robert Gorrieri, and Alberto Marchetti-Spaccamela, editors, *Automata, Languages and Programming, 24th International Colloquium (ICALP'97)*, volume 1256 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 143–153, Bologne, Italie, 7–11 July 1997. Springer-Verlag.

## 1.5 Au service de la nation

En 1997, j’ai effectué mon service national en tant que scientifique du contingent au laboratoire VERIMAG de Grenoble. Je remercie ce laboratoire d’avoir bien voulu accepter le soldat 2<sup>ème</sup> classe que j’étais, et les services de la DGA d’avoir compris l’intérêt de cette recherche.

J’y ai travaillé sous la responsabilité scientifique d’Oded Maler sur des problèmes de représentations de polyèdres motivés par la vérification. Le principe des représentations proposées consiste à représenter un polyèdre par ses sommets. Ce que j’ai proposé est le développement théorique d’idées d’Oded, sur comment représenter de façon canonique un polyèdre par des considérations sur le voisinage de ses sommets. Ces représentations sont pertinentes dès que l’on a besoin de représenter des polyèdres avec peu de sommets.

Le travail effectué est motivé par la vérification. Pour le calcul des états atteignables par un système hybride, on a besoin de représenter des polyèdres, et de savoir calculer sur ceux-ci certaines opérations, classiques, comme intersections, unions, et certaines opérations plus spécifiques, comme l’effet du passage du temps (“face lifting”, selon la terminologie d’Oded). Pour chacune de ces opérations, nous avons présenté des algorithmes pour les représentations proposées, ainsi qu’une étude théorique de leur complexité.

Cela a mené à la publication [108].

En fait, plus tard, lorsque j’ai rédigé ma thèse, (été 1998), j’ai réalisé que c’était la généralisation à la dimension quelconque d’un principe déjà proposé en dimension 3 par A. Aguilera et D. Ayala [AA97, AA98]. Et bien plus tard, en janvier 2000, j’ai réalisé que tout cela avait une explication logique simple, en termes de ou exclusif. Le résultat de canonicité de [108] devient un simple paragraphe de [107] avec ces arguments.

Cela étant après le début de mon histoire, j’y reviendrai dans le chapitre correspondant.

## Publications relatives

### Conférences

- [107] Olivier Bournez and Oded Maler. On the representation of timed polyhedra. In *International Colloquium on Automata Languages and Programming (ICALP'00)*, volume 1853 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 793–807, Geneva, Switzerland, 9–15 July 2000. Springer.
- [108] Olivier Bournez, Oded Maler, and Amir Pnueli. Orthogonal polyhedra : Representation and computation. In *Hybrid Systems : Computation and Control - HSCC'99*, volume 1569 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 46–60, Nijmegen, Pays-Bas, 29–31 March 1999.

## 1.6 Besoin de stabilité

Après mon service national, je suis revenu rédiger ma thèse à Lyon. C'est à ce moment-là que j'ai travaillé sur un problème posé par Eduardo Sontag (voir [Son95]) : peut-on décider la stabilité d'un système linéaire saturé, en d'autres termes, d'un réseau de neurones de Siegelmann Sontag.

Dans ma thèse, je prouve que le problème est indécidable. Les constructions utilisées sont assez alambiquées. Grâce aux talents de rédactions de mes coauteurs, leur pédagogie, ainsi que les nombreuses extensions proposées du résultat, le résultat se trouve plus simplement prouvé dans [39, 40, 106] . Cela étant après le début de mon histoire, cela est donc repris dans un chapitre ultérieur.

## Publications relatives

### Revues

- [40] Vincent Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, Christos Papadimitriou, and John Tsitsiklis. Deciding stability and mortality of piecewise affine dynamical systems. *Theoretical Computer Science A*, 1–2(255) :687–696, 2001.
- [39] Vincent D. Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, and John Tsitsiklis. The stability of saturated linear dynamical systems is undecidable. *Journal of Computer and System Science*, 62(3) :442–462, May 2001.

### Conférences

- [106] Vincent D. Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, and John N. Tsitsiklis. The stability of saturated linear dynamical systems is undecidable. In Horst Reichel Sophie Tison, editor, *Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS)*, Lille, France, volume 1770 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 479–490. Springer-Verlag, February 2000.

## 1.7 Place Stanislas

C'est donc pour toutes ces raisons que je me suis porté candidat au concours INRIA dans l'équipe PROTHEO.

Je remercie le concours 1999 de l'INRIA Lorraine d'avoir bien voulu considérer ma candidature, et surtout d'avoir accepté qu'un parcours atypique comme celui-là finisse chargé de recherche à l'INRIA.

Je remercie en particulier mes rapporteurs, le hasard, et surtout je remercie chaleureusement Claude et Hélène Kirchner pour avoir bien voulu m'accueillir dans leur projet.

Je remercie aussi le concours 1999 de l'INRIA Rocquencourt de ne pas avoir pris la personne classée devant moi dans un autre concours, car sinon je ne pense pas que l'INRIA Lorraine aurait vraiment considéré ma candidature.



## Chapitre 2

# Outils pour la vérification

### 2.1 Motivation

Les systèmes *hybrides* ont été introduits pour modéliser le nombre croissant de systèmes avec un fonctionnement discret dans un environnement continu, comme tous les systèmes où un contrôleur informatique, par essence même discret, doit contrôler des paramètres continus de son environnement : par exemple, le système de pilotage automatique d'un avion qui doit agir sur des paramètres continus comme la vitesse et l'altitude de celui-ci.

Ils sont aussi utiles pour la modélisation de nombreux processus d'importance industrielle. Par exemple la composition chimique de la chambre de combustion d'un moteur automobile se décrit naturellement par un ensemble de mécanismes cinétiques chimiques sujets à des changements de phases discrètes, imposés par des changements de gammes de température et de pression, ainsi que par le cycle d'admission et d'expulsion des carburants.

Puisque les systèmes hybrides modélisent de nombreux systèmes critiques comme les centrales nucléaires, les avions ou des processus industriels pour lesquels un dysfonctionnement peut avoir de graves conséquences, il est primordial de posséder des outils et des méthodes qui permettent de certifier que ces systèmes fonctionnent correctement.

La vérification des systèmes purement discrets a été étudiée intensément ces dernières années et les informaticiens possèdent à l'heure actuelle des outils et des méthodes relativement efficaces de validation. La vérification des systèmes purement continus est elle aussi étudiée depuis plusieurs décennies par exemple par les théoriciens du contrôle qui possèdent des méthodes comme les fonctions de Lyapunov. Toutefois, on ne s'est intéressé que récemment<sup>1</sup> à la vérification des systèmes qui mélangent évolutions continues et transitions discrètes.

Certaines méthodes peuvent se généraliser à de larges classes de systèmes hybrides. Dans le cadre des techniques inspirées par le model-checking symbo-

---

1. Je prends de l'âge : cela fait environ 10 ans maintenant. Mais bon, c'était récent au début de mon histoire.

lique, il a par exemple été proposés des méthodes spécifiques de validation pour des sous-classes de systèmes hybrides comme les automates temporisés [AD90] ou des méthodes semi algorithmiques pour les systèmes hybrides quelconques [ACH<sup>+</sup>95].

## 2.2 Polyèdres orthogonaux

Certaines méthodes sont basées sur des calculs de points fixes sur des polyèdres *non-convexes* et de *dimensions quelconques*. Même si ces méthodes ont fait leurs preuves sur des exemples réels de grandes tailles, elles souffrent d'un problème d'explosion combinatoire qu'il convient d'arriver à maîtriser.

Il semble que la manipulation de polyèdres non convexes et de dimension quelconque soit l'un des facteurs importants qui expliquent leur relative "lenteur" et inefficacité sur des exemples de grande taille.

Dans [108], en collaboration avec Oded Maler et Amir Pnueli, j'ai proposé de sur approximer ces polyèdres par des polyèdres orthogonaux (c'est-à-dire par des polyèdres qui s'écrivent comme une union finie d'hyper rectangles pleins). J'ai proposé des représentations originales de ces polyèdres par leurs sommets et prouvé que ces représentations permettent de réaliser efficacement les opérations utilisées par les méthodes de vérification : opérations booléennes, tests de comparaison, et détections de faces.

J'ai personnellement programmé les algorithmes proposés dans une application prototype nommée "Apericube". J'ai reprogrammé après mon arrivée à Nancy ces algorithmes pour créer une librairie indépendante nommée "Cubes" utilisable dans des contextes plus généraux.

En particulier, j'ai contribué à ce que ces bibliothèques soient utilisées dans un outil expérimental "d/dt" développé par Thao Dang à VERIMAG [105] qui permet de calculer les états atteints par un système dynamique.

Cube est actuellement utilisé par l'outil d/dt (voir [www-verimag.imag.fr/~tdang/Tool-ddt/ddt.html](http://www-verimag.imag.fr/~tdang/Tool-ddt/ddt.html)) diffusé par VERIMAG. En collaboration avec Eugène Asarin, Thao Dang et Oded Maler, nous avons présenté cet outil dans [105], et présenté plusieurs applications de cet outil pour la synthèse de systèmes hybrides dans [41]. Cube a aussi été utilisé par des étudiants en thèse à l'EPFL à Lausanne.

## 2.3 Polyèdres temporisés

La vérification de classes particulières de systèmes hybrides comme les automates temporisés se réalise à l'aide de méthodes spécifiques qui manipulent des polyèdres d'un type particulier appelés polyèdres temporisés.

En collaboration avec Oded Maler, j'ai étudié une généralisation des représentations précédentes pour représenter ces polyèdres et proposé des méthodes pour réaliser les opérations nécessaires à l'intégration de ces représentations dans

les algorithmes de vérification des automates temporisés : opérations booléennes, opérations “passage du temps”, tests de comparaisons : [107].

Ces algorithmes ont été programmés et mis sous forme d’une bibliothèque de résolution de contraintes utilisable dans d’autres contextes par Moez Mahfoudh, lors de son stage de fin d’études sous la responsabilité d’Oded Maler à Grenoble.

## Publications relatives

### Revues

- [41] Eugene Asarin, Olivier Bournez, Thao Dang, Oded Maler, and Amir Pnueli. Effective synthesis of switching controllers for linear systems. *Proceedings of the IEEE, Special Issue on ‘Hybrid Systems’*, 88(7) :1011–1025, July 2000.

### Conférences

- [105] Eugene Asarin, Olivier Bournez, Thao Dang, and Oded Maler. Approximate reachability analysis of piecewise-linear dynamical systems. In *Hybrid Systems : Computation and Control (HSCC’00), Pittsburgh (USA)*, volume 1790 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 20–31. Springer-Verlag, March 23-25 2000 2000.
- [107] Olivier Bournez and Oded Maler. On the representation of timed polyhedra. In *International Colloquium on Automata Languages and Programming (ICALP’00)*, volume 1853 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 793–807, Geneva, Switzerland, 9–15 July 2000. Springer.
- [108] Olivier Bournez, Oded Maler, and Amir Pnueli. Orthogonal polyhedra : Representation and computation. In *Hybrid Systems : Computation and Control - HSCC’99*, volume 1569 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 46–60, Nijmegen, Pays-Bas, 29–31 March 1999.

### Développements logiciel

- **Système Cube**: Développement personnel du système Cube, qui permet de tester et utiliser les représentations des polyèdres présentées dans le papier [107]. Logiciel non déposé, utilisé par le logiciel d/dt diffusé par VERIMAG à Grenoble ([www-verimag.imag.fr/~tdang/ddt.html](http://www-verimag.imag.fr/~tdang/ddt.html)) et a été utilisé par des étudiants en thèse à l’EPFL à Lausanne.  
<http://www.loria.fr/~bournez/logiciels/>.

## 2.4 Plateforme QSL

J’ai été fortement impliqué dans la “Plateforme d’expérimentation et de transfert technologique” proposée par le LORIA dans l’axe “Qualité et Sécurité du Logiciel” du Contrat de Plan État Région. Cette plateforme vise à offrir une

vitrine des outils logiciels autour de la qualité et sûreté du logiciel, et vise en particulier les partenaires industriels.

Une plateforme logicielle facilement évolutive, permettant de répertorier, consulter, expérimenter les outils du LORIA et de l'extérieur autour de ces thèmes, a été développée par Mohamed El Habib sous ma responsabilité. Cette plateforme est présentée dans [97].

Les développements autour de cette plateforme ont continué, et continuent partiellement. À ma connaissance, une part importante du code PHP ou du code pour l'interrogation de bases de données de Mohamed reste utilisée.

## Publications relatives

### Conférences

[97] Olivier Bournez, Mohamed El Habib, Claude Kirchner, Hélène Kirchner, Jean-Yves Marion, and Stephan Merz. The qsl platform at loria. In *First QPQ Workshop on Deductive Software Components*, pages 9–12, Miami, Florida, July 28 2003. CADE-19 Workshop, <ftp://ftp.csl.sri.com/pub/users/shankar/QPQ03.pdf>.

## Activités d'Encadrement

### Ingénieur expert

- Travail de Mohamed El-Habib, Ingénieur expert. *Développement de la plateforme QSL*. Plateforme d'expérimentation et de transfert technologique, action de l'axe "Qualité et Sûreté du Logiciel" du Contrat de Plan état Région Lorraine (d'octobre 2001 à septembre 2002).

### Développement logiciel

- **Plateforme QSL**: Participation active d'octobre 2001 à octobre 2002 au développement par l'ingénieur expert Mohamed El Habib d'une plateforme visant à offrir une vitrine des outils logiciels autour de la qualité et sûreté du logiciel. Travail dans le cadre de l'axe "Qualité et Sûreté du Logiciel" du Contrat de Plan état Région. <http://plateforme-qsl.loria.fr> .

## 2.5 ELAN en tant qu'outil de vérification

D'autre part, le travail sur ELAN et son utilisation comme outil pour le model-checking pourrait être repris dans cette section. J'ai décidé de le placer dans le chapitre 5.

## Chapitre 3

# Frontière Tractabilité/Non-tractabilité pour les systèmes dynamiques

### 3.1 Motivation

Depuis les travaux de Moore [Moo90] et de Reif, Tygar et Yoshida [RTY90], il est connu que les systèmes dynamiques à temps discret et à fonction de transition affine par morceaux peuvent simuler les machines de Turing. Par conséquent, il est connu que la vérification des propriétés *locales* comme les propriétés d'atteignabilité ("Étant donné un système hybride, un point de départ  $x^0$  et un point d'arrivée  $x^1$ , décider si la trajectoire partant du point  $x^0$  atteint le point  $x^1$ ") des systèmes hybrides est impossible dans le cas général.

Toutefois, il restait un espoir que l'on puisse vérifier les propriétés *globales* de ces systèmes comme les propriétés de stabilité ("Étant donné un système hybride, décider si pour tout point de départ la trajectoire partant de ce point converge vers un même point"), très étudiées en théorie du contrôle. Ce problème a été posé pour la première fois explicitement par Sontag dans [Son95].

### 3.2 Stabilité des Systèmes dynamiques

Dans [40], en collaboration avec Vincent Blondel, Pascal Koiran, John Tsitsiklis et Christos Papadimitriou, nous avons apporté une réponse partielle à cette question pour les systèmes dynamiques à temps discret et à fonction de transition affine par morceaux *discontinue*. La preuve se base sur l'indécidabilité du problème de la mortalité pour les machines à compteurs.

Dans le chapitre 3 de ma thèse, j'ai résolu le problème précis posé par Sontag en prouvant l'indécidabilité des problèmes de la stabilité globale, de la stabilité globale asymptotique et de la mortalité pour les systèmes dynamiques linéaires

seuillés, i.e. même avec une fonction de transition *continue*. Un ingrédient essentiel de la preuve est un résultat de Hooper [Hoo66] prouvant l'indécidabilité du problème de la mortalité pour les machines de Turing.

Grâce aux talents pédagogiques de mes coauteurs, la preuve de ma thèse a été simplifiée dans [106], et étendue dans [39] à quelques questions plus générales.

## Publications relatives

### Revue

- [40] Vincent Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, Christos Papadimitriou, and John Tsitsiklis. Deciding stability and mortality of piecewise affine dynamical systems. *Theoretical Computer Science A*, 1–2(255) :687–696, 2001.
- [39] Vincent D. Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, and John Tsitsiklis. The stability of saturated linear dynamical systems is undecidable. *Journal of Computer and System Science*, 62(3) :442–462, May 2001.

### Conférences

- [106] Vincent D. Blondel, Olivier Bournez, Pascal Koiran, and John N. Tsitsiklis. The stability of saturated linear dynamical systems is undecidable. In Horst Reichel Sophie Tison, editor, *Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS), Lille, France*, volume 1770 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 479–490. Springer-Verlag, February 2000.

## 3.3 Problèmes en basses dimensions

Une question naturelle est de comprendre si ces résultats négatifs restent vrais pour les systèmes de basses dimensions, c'est-à-dire pour les systèmes avec peu de variables continues.

Dans le chapitre 4 de ma thèse, j'ai mis en évidence que les propriétés locales et globales des systèmes hybrides restent indécidables même pour les systèmes de basses dimensions : par exemple, la stabilité globale, la mortalité, ou la stabilité globale asymptotique des systèmes dynamiques à temps discret à fonction de transition discontinue (resp. continue) affine par morceaux de dimension 2 (resp. 3) est indécidable.

J'ai prouvé que la question de la décidabilité de ces mêmes propriétés en dimensions inférieures se relie partiellement à des problèmes ouverts comme le problème de la décidabilité de la mortalité des matrices  $2 \times 2$  [Pat70, Sch77].

Le problème de la mortalité consiste, étant donné un ensemble fini de matrices carrées, à déterminer s'il existe un produit de ces matrices qui est la matrice nulle. Dire si ce problème est décidable est équivalent à dire s'il est possible de déterminer si un système linéaire commuté est contrôlable. Le problème est donc aussi motivé par la vérification de propriétés des systèmes hybrides.

Sur ce problème, j'ai présenté en collaboration avec Michael Branicky une synthèse des résultats connus sur le problème dans le chapitre court du livre [11].

Nous avons d'autre part proposé quelques nouveaux résultats à propos de ce dernier problème dans [38]. Nous montrons ainsi que le problème est indécidable pour les matrices  $3 \times 3$ , décidable pour 2 matrices  $2 \times 2$ , et ouvert pour  $k \geq 3$  matrices  $2 \times 2$ . Nous avons montré que le problème pour 2 matrices  $2 \times 2$  était indécidable dans le modèle de calcul de Blum Cucker Shub et Smale sur les réels, et que le cas ouvert pour  $k \geq 2$  matrices  $2 \times 2$  se reliait à plusieurs autres problèmes mentionnés comme ouverts dans la littérature.

### **Publications relatives**

#### **Revues**

[38] Olivier Bournez and Michael Branicky. The mortality problem for matrices of low dimensions. *Theory of Computing Systems*, 35(4) :433–448, Jul-Aug 2002.

#### **Chapitre**

[11] Olivier Bournez and Michael B. Branicky. *Open Problems in Mathematical Systems and Control Theory*, chapter On matrix mortality in low dimensions, pages 67–70. Springer-Verlag, London, 1998.



## Chapitre 4

# Caractérisations de classes de complexité dans le modèle de Blum Shub Smale

### 4.1 Motivation

Il existe plusieurs approches pour étudier la complexité ou la calculabilité de problèmes sur les réels. La plus connue, est l'approche de l'analyse récursive, introduite par Turing [Tur36], Grzegorzcyk [Grz57], et Lacombe [Lac55]. Dans celle-ci, on considère qu'un réel est représenté par une suite de nombres rationnels rapidement convergente, et l'on dit qu'une fonction est calculable s'il existe un moyen effectif de transformer toute représentation d'un réel en une représentation de l'image du réel par la fonction : on pourra consulter [Wei00] comme un livre récent sur le sujet. On peut aussi définir dans ce modèle une notion de complexité [Ko91].

Cependant, le modèle s'avère d'utilisation très délicate et de peu d'intérêt pratique pour parler de complexité algébrique de certains problèmes, comme la complexité algébrique de problèmes sur les polynômes, ou pour décrire la complexité algébrique d'algorithmes comme l'algorithme de Newton.

Blum, Shub et Smale ont proposé en 1989 une autre approche pour parler de la complexité de tels problèmes, en introduisant un modèle de calcul dans [BSS89], que l'on appelle parfois la machine de Turing réelle. Ce modèle, contrairement à l'analyse récursive, mesure la complexité des problèmes en terme du nombre d'opérations arithmétiques nécessaires à leur résolution indépendamment des représentations des réels.

Le modèle, défini initialement pour parler de complexité algébrique de problèmes sur le corps des réels, ou plus généralement sur un anneau, a été par la suite étendu par Poizat dans [Poi95, Goo94] en une notion de modèle de calcul sur une structure logique arbitraire.

Suivant la structure logique considérée, on peut obtenir toute une théorie de la complexité, avec des classes de complexité comme  $P$ ,  $NP$ , des notions de réduction, des problèmes complets, des grandes questions comme  $P \neq NP?$ , dont il est parfois possible de répondre affirmativement ou négativement.

Comme la complexité classique peut se voir comme la restriction de cette notion de complexité au cas particulier des structures booléennes, ce modèle apporte un éclairage nouveau sur les problèmes plus anciens de la complexité classique, et sur ses liens avec la logique.

En particulier, cela ouvre le champ à de nombreux travaux cherchant à comprendre les résultats de la complexité classique qui se généralisent à d'autres structures que les booléens, et les structures logiques dans lesquelles on peut répondre aux grandes questions de la complexité comme la question  $P = NP?$  : voir l'ouvrage [BCSS98].

## 4.2 Fonctions récursives sûres

Par l'intermédiaire de la thèse de Paulin Jacobé de Naurois, en cotutelle avec Felipe Cucker à Hong-Kong, et en co-encadrement avec Jean-Yves Marion, à Nancy, j'ai cherché à comprendre s'il était possible de caractériser syntaxiquement les classes de complexité dans ce modèle sur une structure arbitraire.

Puisqu'il existe en complexité classique plusieurs telles caractérisations des classes de complexité, la question peut se voir comme celle de comprendre si ces résultats s'étendent à des structures logiques arbitraires.

Une autre motivation forte est la suivante, reliée au chapitre 7 : les caractérisations syntaxiques des classes de complexité définissent ces classes sans référence à une notion explicite de machine. Puisqu'il y a plusieurs modèles de calculs sur les réels, cela ajoute à la légitimité des classes de complexité considérées. En effet, puisque les relations entre les modèles de calculs sur les réels sont loin d'être toutes claires, pouvoir définir les classes de complexité sans fixer le modèle de calcul, permet de s'affranchir du problème, et de légitimer l'idée que la notion de classe de complexité obtenue est bien indépendante de toutes les variations envisageables sur les modèles.

On observera en outre, qu'on peut considérer qu'on obtient des définitions des classes de complexité qui sont bien aussi naturelles, voir plus naturelles parfois, que les définitions classiques historiques des classes considérées.

En se basant sur la caractérisation de Bellantoni et Cook du temps polynomial dans [BC92], nous avons tout d'abord obtenu une caractérisation syntaxique des fonctions calculables, ainsi que des fonctions calculables en temps polynomial en termes de fonctions récursives sûres. Nos caractérisations fonctionnent sur une structure arbitraire, et sont présentées pour la première fois dans [94]

Nous avons ultérieurement obtenu une caractérisation des fonctions calculables en temps parallèle polynomial en termes de fonctions récursives sûres avec substitutions. Ce résultat généralise le résultat de [LM95] au cas des structures arbitraires.

L'ensemble de ces résultats sont publiés dans [95, 94, 37]. En généralisant les résultats de [Bel94], nous avons en outre obtenu une caractérisation de chacun des niveaux de la hiérarchie polynomiale en termes de récursion sûre avec minimisation prédicative, et de la hiérarchie digitale polynomiale en termes de récursion sûre avec minimisation prédicative digitale [90, 93].

Nous avons d'autre part caractérisé le temps alternant polynomial en termes de récursion sûre avec substitutions prédicatives, et le temps digital alternant polynomial en en termes de récursion sûre avec substitutions prédicatives digitales [90, 93].

L'ensemble de ces résultats est repris dans [33].

Toutes ces caractérisations sont en droite ligne des caractérisations, dites de la complexité implicite, amorcées par les travaux de Bellantoni et Cook [BC92]. La toute première caractérisation du temps polynomial par une algèbre de fonctions sans référence explicite à un modèle de calcul est due à Cobham dans [Cob62]. Toutefois les schémas de [BC92] sont nettement plus naturels.

### 4.3 Modèles finis

D'autres caractérisations indépendantes de notions de machines existent. En particulier, il y a tout le pan entier de recherche qui concerne les caractérisations de la complexité descriptive, basées sur des relations ou des méthodes globales, de la théorie des modèles finis.

La complexité descriptive est née des travaux de Fagin [Fag74], qui prouvent que la classe  $NP$  peut se caractériser comme la classe des ensembles définissables en logique existentielle du second ordre. Vardi et Immerman [Var82, Imm87, Imm86] ont utilisé cette approche pour caractériser la classe  $P$ . Plusieurs autres caractérisations existent, pour des classes comme  $LOGSPACE$  [Gur83] ou  $PSPACE$  [Mos84, GS86, Imm87, Bon89, AV89, Lei90, ASV90, AV91, Imm91]. Une présentation synthétique du domaine peut se trouver dans [EF95, Imm99, Clo98]. Toutes ces caractérisations sont dans le cadre classique.

Dans [GM95], la notion de  $\mathbb{R}$ -structure a été introduite, et des caractérisations des classes  $P$  et  $NP$  sur le corps des réels en termes de logiques sur ces  $\mathbb{R}$ -structures ont été établies. Ces résultats ont par la suite été étendus dans [CM99] à d'autres classes de complexité, et dans [GG98] à d'autres structures que le corps des réels.

Dans [86], nous avons proposé une extension de la notion de  $\mathbb{R}$ -structure aux structures arbitraires, et proposé des caractérisations des classes  $P$  et  $NP$  sur des structures arbitraires. Nos caractérisations différentes de celles de Grädel et Gurevich dans [GG98] fonctionnent sur une structure quelconque. D'autre part, nous croyons la caractérisation obtenue plus élégante que dans [GG98, GM95, CM99], même s'il nous reste à convaincre nos referees pour que cela soit publié dans une revue.

## Publications relatives

### Revues

- [37] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Implicit complexity over an arbitrary structure : Sequential and parallel polynomial time. *Journal of Logic and Computation*, 15(1) :41–58, 2005.
- [33] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Implicit complexity over an arbitrary structure : Quantifier alternations. *Information and Computation*, 202(2) :210–230, February 2006.

### Conférences

- [94] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Computability over an arbitrary structure. sequential and parallel polynomial time. In Andrew D. Gordon, editor, *Foundations of Software Science and Computational Structures, 6th International Conference (FOSSACS'2003)*, volume 2620 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 185–199, Warsaw, 2003. Springer.
- [95] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Safe recursion over an arbitrary structure : PAR, PH and PH. In Anuj Dawar, editor, *Fifth International Workshop on Implicit Computational Complexity - ICC'2003*, volume 90 of *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, Ottawa, Canada, 2003.
- [90] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Tailoring recursion to characterize non-deterministic complexity classes over arbitrary structures. In *In 2nd APPSEM II Workshop (APPSEM'04)*, April 2004.
- [93] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Tailoring recursion to characterize non-deterministic complexity classes over arbitrary structures. In *3rd IFIP International Conference on Theoretical Computer Science - TCS'2004*, Toulouse, France, august 2004. Kluwer Academic Press.
- [86] Olivier Bournez, Felipe Cucker, Paulin Jacobé de Naurois, and Jean-Yves Marion. Logical characterizations of  $P_{\mathcal{K}}$  and  $NP_{\mathcal{K}}$  over an arbitrary structure  $k$ . In *3rd APPSEM II Workshop (APPSEM'05), Frauenchiemsee, Germany, 2005. Also accepted for presentation at CIE 2005 : New Computational Paradigms.*, 2005.

## Chapitre d'Habilitation

- [Bou06e] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 5. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.

## Activités d'Encadrement

### Thèse

- Thèse de Paulin de Naurois. *Completeness Results and Syntactic Characterizations of Complexity Classes over Arbitrary Structures*. Soutenue le 15 Décembre 2004. Thèse en cotutelle avec City University, Hong Kong. Co-encadrement avec F. Cucker, City University et J.Y. Marion (de octobre 2001 au 15 décembre 2004).



## Chapitre 5

# Programmation par règles et stratégies

### 5.1 Motivation

Depuis plusieurs décennies, la théorie de la réécriture a prouvé sa puissance dans différents contextes où des méthodes efficaces sont nécessaires pour raisonner avec des équations : voir par exemple [BN98, Klo92].

Dans la dernière décennie, la réécriture a aussi montré qu'elle offrait un cadre très élégant pour la spécification de systèmes concurrents ou de systèmes de déductions [MOM02, Mes92]. En particulier, la logique de réécriture offre un environnement théorique pour cela [Mes92]. La notion de stratégie permet d'ajouter un contrôle de la logique de réécriture, en se restreignant à certaines exécutions. Le calcul de réécriture [CK01] est un formalisme qui intègre les mécanismes fonctionnels du lambda-calcul et les capacités de filtrage de la réécriture, et qui offre un moyen naturel de décrire la sémantique des systèmes à bases de règles contrôlées par stratégies. Dans celui-ci les stratégies correspondent à des règles particulières, et donc règles et stratégies sont au même niveau.

Le système ELAN [Pro] développé par l'équipe PROTHEO à Nancy est un système logiciel fondé sur le calcul de réécriture.

L'ensemble du système ELAN inclut un préprocesseur, un interpréteur, et un compilateur, ainsi que des bibliothèques standards. Parmi les caractéristiques saillantes du système, on compte un langage de stratégies original et puissant permettant de contrôler facilement l'application des règles, la possibilité d'utiliser le filtrage associatif et commutatif, la possibilité de définir des signatures avec des syntaxes misfix, et un compilateur très efficace. Par l'utilisation de techniques spécifiques de compilation [Mor00, MK98], ce dernier est capable de générer du code qui applique jusqu'à 15 millions de règles de réécritures par seconde sur des exemples où aucun non-déterminisme n'est présent, et entre 100 000 et un million de règles par seconde en présence d'opérateurs associatifs et commutatifs et de non-déterminisme.

Je me suis intéressé au système ELAN essentiellement en tant qu'outil de prototypage. En effet, beaucoup d'algorithmes peuvent s'exprimer très facilement et rapidement à l'aide de quelques règles. Une fois celles-ci compilées en un exécutable, on obtient un programme que l'on peut utiliser pour tester rapidement leur effet. Il est clair que ce processus permet de gagner beaucoup de temps par rapport à une expérimentation dans les langages classiques impératifs.

En outre, les facilités d'écritures du système, permettent d'écrire certaines règles, comme les règles de manipulation des contraintes symboliques, rapidement et naturellement, par rapport aux autres outils disponibles sur le marché, sans perte significative de performance. Il ne faut pas non plus négliger l'aspect pédagogique de la présentation en quelques règles d'un algorithme par rapport à des milliers de lignes de code.

Une autre motivation de l'équipe PROTHEO derrière ces travaux est de comprendre les bienfaits et les méfaits de la programmation par règles et stratégies, qui est assez particulière par rapport à la programmation impérative ou par rapport à sa plus proche cousine, la programmation fonctionnelle.

## 5.2 Vérification Algorithmique de Systèmes Hybrides

Par l'intermédiaire de l'encadrement de plusieurs stagiaires et de Hassen Kacem, ingénieur associé, je me suis intéressé au prototypage des algorithmes de la vérification algorithmique (model-checking) pour les automates temporisés et les systèmes hybrides : voir l'ouvrage [CGP99] pour une présentation de ces algorithmes.

Le tout premier prototype a été réalisé par Emmanuel Beffara dans son stage. Il a été considérablement étendu par Hassen Kacem, pour traiter la vérification d'automates temporisés [AD90] et aussi de systèmes hybrides linéaires [ACH<sup>+</sup>95], ou des p-automates définis par le projet RNRT CALIFE.

Le prototype a été utilisé pour vérifier la conformité du protocole de l'ABR, en utilisant la modélisation de ce problème proposée par nos partenaires du projet RNRT CALIFE.

L'intérêt de l'outil obtenu est sa souplesse dans la possibilité de modifier, expérimenter, comparer différents algorithmes ou méthodes pour la vérification de systèmes hybrides. De telles facilités ne sont pas présentes dans les outils dédiés. En outre, l'expression des algorithmes en calcul de réécriture permet de donner un cadre unique pour décrire à la fois les systèmes et les algorithmes de vérification sur ces systèmes.

D'un point de vue très pragmatique, notre prototype permet essentiellement la vérification de propriétés d'atteignabilité (sûreté), sur un automate, ou un produit d'automates. La vérification de telles propriétés nécessite la manipulation de certaines classes de contraintes. Plusieurs possibilités de représentations sont offertes pour expérimentation, en fonction du type d'automate : matrices de différences bornées, représentations symboliques par élimination de quantificateurs, ou représentations par matrices ad-hoc. Il est d'autre part possible de faire de la vérification à la volée. L'ensemble de notre travail a été présenté dans

[103, 104].

Convaincu par notre approche, Bertrand Tavernier, de CRIL Technology, qui développe l'outil logiciel CALIFE permettant l'interopérabilité de nombreux systèmes de vérification et de tests, a invité Terence Soussan à consacrer son stage de fin d'étude à réutiliser l'ensemble de nos règles pour la réalisation du simulateur de l'outil CALIFE. Terence a considérablement étendu le prototype de Hassen, et nous pouvons dire que le prototype est réellement utilisé à l'extérieur et à l'intérieur du système CALIFE. Ce travail rentre dans le cadre du projet RNTL AVERROES.

## Publications relatives

### Conférences

[103] Emmanuel Beffara, Olivier Bournez, Hassen Kacem, and Claude Kirchner. Verification of timed automata using rewrite rules and strategies. In Nachum Dershowitz and Ariel Frank, editors, *Proceedings BISFAI 2001, Seventh Biennial Bar-Ilan International Symposium on the Foundations of Artificial Intelligence*, Ramat-Gan, Israel, June25–27, 2001.

[104] Emmanuel Beffara, Olivier Bournez, Hassen Kacem, and Claude Kirchner. Verification of timed automata using rewrite rules and strategies. In *Sixth Annual Workshop of the ERCIM Working Group on Constraints*, Prague, June18–20, 2001.

### Rapport de recherche

[117] Olivier Bournez, Terence Soussan, and Bertrand Tavernier. Symbolic simulation and formal verification of updatable timed automata. Technical report, LORIA, 2005.

### Ingénieur associé

- Travail de Hassen Kacem, Ingénieur associé INRIA. *Implémentation d'algorithmes de vérification d'automates temporisés dans le système ELAN*. Co-encadrement avec C. Kirchner (de septembre 2000 à septembre 2001).

### Stage ENS Lyon

- Stage licence ENS Lyon de Emmanuel Beffara. *Automates temporisés et calcul de réécriture*. Co-encadrement avec Claude Kirchner (6 semaines en 2000).

### Stages d'initiation à la recherche

- Stage "Mini-thèse" de l'École des Mines de Nancy de Nancy de Séverin Voisin. *Automates temporisés et système ELAN*. Co-encadrement avec Claude Kirchner.

### 5.3 Génération de mécanismes réactionnels de cinétique chimique

Par l'intermédiaire de la thèse de Liliana Ibanescu, en co-encadrement avec Hélène Kirchner, j'ai eu l'occasion de travailler avec plusieurs chimistes du Département Chimie Physique des Réactions (DCPR) de l'école d'ingénieur ENSIC de Nancy, en particulier avec le groupe de Guy-Marie Côme.

Le travail, qui s'est effectué dans le cadre d'un contrat industriel avec PSA Citroën Automobiles, concerne la génération de mécanismes cinétiques expliquant les réactions qui se produisent dans les chambres de combustion des moteurs automobiles Diesel.

Le DCPR a développé toute une expertise des mécanismes cinétiques qui interviennent dans la combustion des diesels [Côm01]. Le nombre d'espèces chimiques impliquées étant très grand, et le nombre de mécanismes cinétiques élémentaires étant hors de portée humaine, l'équipe de Guy-Marie Côme a développé le système logiciel EXGAS pour générer automatiquement de façon exhaustive ces mécanismes.

Par la conception même de ses structures de données, le système développé est limité aux molécules acycliques ou mono-cycliques. L'objectif du travail de la thèse de Liliana Ibanescu était de traiter aussi les molécules polycycliques, comme les molécules aromatiques.

Nous avons développé tout un système, nommé Gasel, basé sur le système ELAN. Il permet la génération de mécanismes détaillés d'oxydation et de combustion de molécules d'hydrocarbures polycycliques, en se limitant actuellement au mécanisme primaire.

Le principe même du système consiste en le codage de chacune des réactions élémentaires génériques par des règles de réécritures sur une signature bien choisie. La signature a été choisie pour être très proche de la notation SMILES [Daya, Dayb], de façon à augmenter l'interopérabilité. En particulier, cela rend possible d'utiliser des interfaces graphiques en entrée et en sortie. Le contrôle de l'activation ou de la désactivation des mécanismes est réalisé par l'utilisation des opérateurs de stratégies du langage d'ELAN. Le système est présenté dans [96, 98].

Nous pensons le système obtenu très flexible, et adéquat à l'utilisation qui en est faite par les chimistes. En effet, ces derniers ont besoin de tester régulièrement de nouvelles hypothèses, par l'activation-désactivation de certains mécanismes, ce que permet de faire très facilement le prototype par le langage de stratégies du système ELAN sous-jacent. Liliana Ibanescu a d'autre part engagé une série de validations avec les chimistes de la correction des mécanismes produits par le prototype vis-à-vis des résultats expérimentaux : voir sa thèse.

Si le prototype est essentiellement l'oeuvre de Liliana, plusieurs étudiants ont aussi contribué à des apports spécifiques sous mon encadrement : Nicolas Hourneau, Mathieu Rinck and Belmhel Kassab ont réalisé une interface entre Gasel et le système THERGAS [MMS95], pour permettre de récupérer les paramètres thermodynamiques des espèces générées. Régis Durand a développé des

procédures spécifiques pour tester si deux termes représentent la même molécule (algorithmes de canonicité inspirés de ceux de SMILES [WWW89]). Pierre Henninger a réalisé une interface graphique en entrée et en sortie pour le système Gasel.

La motivation des partenaires chimiques impliqués derrière cet outil, est de comprendre les réactions chimiques relatives aux molécules polycycliques. Une des grandes difficultés du travail de Liliana a été liée au fait que la chimie même de ces molécules n'est pas parfaitement connue, et donc que l'écriture de règles les codant est nécessairement difficile.

Le partenaire industriel, PSA, est lui motivé par la possibilité à terme de reformuler les carburants automobiles pour réduire encore la consommation ou les émissions de polluants, et améliorer la conception des moteurs.

Actuellement les règles générées se limitent à une représentation symbolique qualitative non-quantitative de ce qui se passe. En particulier, les paramètres cinétiques et thermodynamiques ne sont pas générés ou utilisés.

Il serait toutefois envisageable dans ce cadre d'utiliser les techniques de la vérification des systèmes hybrides pour la détection de la présence de certaines espèces dans un mécanisme réactionnel, ou d'adapter certaines techniques d'abstraction, ou de gestion de l'explosion combinatoire de la vérification pour respectivement la simplification à posteriori des mécanismes réactionnels obtenus, et la gestion de l'explosion combinatoire des mécanismes cinétiques obtenus.

Réciproquement, même si le point est plus prospectif, je crois aussi en la possibilité d'utiliser certains raisonnements de la chimie, comme les raisonnements entropiques, pour la gestion de l'explosion combinatoire de certains systèmes, ou la simplification de règles.

Le principe utilisé par le système Gasel pour le codage des molécules polycycliques en des termes, mène à une façon de simuler une certaine réécriture de graphes par de la réécriture de termes. Le développement théorique de cette idée a été présenté dans [88].

## Publications relatives

### Conférences

- [96] Olivier Bournez, Guy-Marie Côme, Valérie Conraud, Hélène Kirchner, and Liliana Ibanescu. Automated generation of kinetic chemical mechanisms using rewriting. In P.M.A. Sloot, D. Abramson, A.V. Bogdanov, J.J. Dongarra, A.Y. Zomaya, and Y.E. Gorbachev, editors, *International Conference on Computational Science - ICCS 2003, Melbourne, June 2-4, 2003, Proceedings, Part III*, volume 2659 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 367–376. Springer, 2003.
- [98] Olivier Bournez, Guy-Marie Côme, Valérie Conraud, Hélène Kirchner, and Liliana Ibanescu. A rule-based approach for automated generation of kinetic chemical mechanisms. In Robert Nieuwenhuis, editor, *Rewriting Techniques and Applications, 14th International Conference, RTA 2003, Valen-*

*cia, Spain, June 9-11, 2003, Proceedings*, volume 2706 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 30–45. Springer, June 2003.

- [88] Olivier Bournez, Liliana Ibanescu, and Hélène Kirchner. From chemical rules to term rewriting. In *6th International Workshop on Rule-Based Programming*, Nara, Japan, April 2005.

## Activités d’Encadrement

### Thèse

- Thèse de Mariana Liliana Ibanescu. *Programmation par règles et stratégies pour la génération automatique de mécanismes de combustion d’hydrocarbures polycycliques*. Soutenue le 14 Juin 2004. Co-encadrement avec Hélène Kirchner, en collaboration avec le Département Chimie Physique des Réactions (DCPR) de l’École Nationale Supérieure des Industries Chimiques (ENSIC) (de janvier 2001 au 14 juin 2004). Distinction : Prix de Thèse de l’Institut National Polytechnique de Lorraine.

### Stages d’ingénieur

- Stage de deuxième année ESIAL de Pierre Henninger. *Développement d’une interface d’entrée/sortie pour le système Gasel*. (juillet/août 2003).
- Stage de deuxième année ESIAL de Régis Durand. *Algorithmes de canonicité pour la représentation des molécules polycycliques*. (juillet/août 2003).

### Stages d’initiation à la recherche

- Stage d’initiation à la recherche de la maîtrise UHP Nancy I de Yiyang Zhong. *Modélisation en TOM de CSMA/CA*.
- Stage d’initiation à la recherche de la maîtrise UHP Nancy I de Nicolas Hournau, Belmhel Kassab et Mathieu Rinck. *Connexion entre les systèmes EXGAS et Gasel*.
- Stage d’initiation à la recherche de l’école d’ingénieur ESIAL de Ronan Daniellou, Christophe Mayer et Nelson Nogueira. *Visualisation graphiques d’arbres et de termes*. Co-encadrement avec Pierre-Etienne Moreau.

### Développements logiciel

- **Système Gasel**: Co-encadrement de la thèse de Liliana Ibanescu qui visait à la création du système logiciel *Gasel* basé sur le système ELAN pour la génération automatique de mécanismes cinétiques chimiques de combustion d’hydrocarbures dans les moteurs diesels.

- **Prototype pour la vérification d'automates temporisés et hybrides:** Encadrement et participation active au développement avec l'ingénieur associé Hassen Kacem de prototypes permettant d'utiliser le système ELAN pour la vérification d'automates temporisés et hybrides.  
<http://www.loria.fr/~bournez/logiciels/> .



## Chapitre 6

# Réécriture en présence de probabilités ou de flou

### 6.1 Motivation

Comme nous l'avons écrit dans le chapitre précédent, depuis la dernière décennie, les langages à base de règles se concentrent sur l'utilisation de la réécriture en tant qu'outil de modélisation, par l'intermédiaire d'outils théoriques comme la logique de réécriture [Mes92], le calcul de réécriture [CK01], ou par l'intermédiaire d'outils logiciels comme le système MAUDE [CDE<sup>+</sup>03] ou le système ELAN [Pro].

Pour étendre les possibilités de modélisation des langages à base de règles, il est assez naturel de considérer que le déclenchement des règles peut être sujet à certaines lois de probabilité.

Comprendre la réécriture en présence de choix probabilistes ouvre la voie à de nombreux problèmes reliés aux concepts sous-jacents, aux modèles adéquats, leurs propriétés, et aux techniques de preuve adaptées.

La combinaison du concept d'application explicite de règles et de choix probabilistes a de nombreuses applications, parmi lesquelles on peut citer les bases de données probabilistes [Sub01], les agents probabilistes [DBC01], les algorithmes génétiques [Gol89], les algorithmes randomisés [MR95], les procédures de preuve randomisées [LMS95]...

L'idée d'ajouter des probabilités aux modèles haut niveau des systèmes réactifs n'est pas nouvelle, est a été explorée pour des modèles comme les réseaux de Petri [Bal01, SM01], les modèles basés sur les automates [dA98, Var85], les algèbres de processus [Han94]. Il y a maintenant toute une littérature importante sur les techniques de la vérification algorithmique (model-checking) pour les systèmes probabilistes : voir par exemple [Kwi03] et ses références. Des outils logiciels comme PRISM [KNP02], APMC [HLMP04],... existent.

Notre spécificité est de se baser sur les modèles à base de règles. D'autre part, on peut dire que la plupart des études et des techniques de preuve se

restreignent aux systèmes à états finis, alors que nous ne faisons jamais cette hypothèse.

Un point de vue différent a été développé pour étendre les processus de règles de gestion de contraintes (Constraint Handling Rules) avec des probabilités dans la série de papiers [FDPW01, PW98a, PW98b, PW98c, PW00]. Cela constitue nos plus proches voisins, avec [NSMA03] qui se place sur un point de vue plus appliqué que le notre.

## 6.2 Stratégies probabilistes

Dans [102], nous avons abordé la notion de réécriture en présence de probabilités par la proposition d'un opérateur de choix probabiliste pour les langages à base de règles contrôlées par stratégies comme le système ELAN. Nous avons montré que cet opérateur offrait un moyen naturel de spécifier les algorithmes randomisés ou tous les systèmes sujets à des choix probabilistes. Un exemple explicite de système de règles effectuant un tri probabiliste a été présenté.

Un premier prototype de système logiciel permettant d'utiliser ces opérateurs de stratégies dans le système ELAN a été réalisé par Djamel Abdemouche dans son stage.

La deuxième partie du papier [102], pose la question de la généralisation de notions comme la confluence ou la terminaison pour les systèmes probabilistes. Nous introduisons pour cela la notion de système abstrait de réduction probabiliste, généralisant la notion de système abstrait de réduction en réécriture, et nous introduisons des notions comme la confluence probabiliste, la confluence presque sûre, la terminaison presque sûre, et établissons quelques résultats sur les relations existantes entre ces notions.

### Publications relatives

#### Conférences

- [102] Olivier Bournez and Claude Kirchner. Probabilistic rewrite strategies : Applications to ELAN. In Sophie Tison, editor, *Rewriting Techniques and Applications*, volume 2378 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 252–266. Springer-Verlag, July22-24 2002.

### Activités d'Encadrement

#### Stage de DEA

- Stage de DEA de Djamel Abdemouche. *Systèmes hybrides, calcul de réécriture et règles probabilistes*. Co-encadrement avec Claude Kirchner. DEA UHP Nancy I, de février 2001 à septembre 2001.

### 6.3 Logique de réécriture probabiliste

Les axiomes de la logique de réécriture, qui sont des règles de réécriture de la forme  $t \rightarrow t'$ , où  $t$  et  $t'$  sont des termes sur une signature donnée, peuvent être lus de deux façons duales : en tant que calcul,  $t \rightarrow t'$  peut se voir comme la transition locale d'un système concurrent, en tant que déduction,  $t \rightarrow t'$  peut se voir comme la règle d'inférence d'une logique [Mes92].

Il est bien connu que la clôture transitive et réflexive de la relation induite par un système de réécriture peut être prouvée comme correspondante à la plus petite relation transitive et réflexive qui contient les équations du système de réécriture, et qui est close par substitutions et par les opérations de la signature [BN98]. En d'autres termes, on peut construire un système de preuve valide et complet pour décider si deux termes sont en relation par la clôture transitive et réflexive de la relation de réduction d'un système de réécriture donné. Ce système de preuve peut être vu comme les règles de déduction de la logique de réécriture [Mes92], et constitue un ingrédient essentiel de cette dualité entre calcul et déduction dans la logique de réécriture.

Par l'intermédiaire du stage de Mathieu Hoyrup, je me suis posé la question de savoir si ce type de résultats reste vrai dans des systèmes de règles où le déclenchement des règles peut être sujet à des choix probabilistes.

Nous avons montré qu'il n'y a aucun espoir de construire un système valide et complet qui saurait déterminer si deux termes sont en relation par la clôture réflexive et transitive par la relation de réduction d'un système de réécriture avec des probabilités associées aux règles dans le cas général [99]. L'ingrédient essentiel de cette preuve est une réduction du problème vers un problème de décision sur les matrices qui est prouvé non-récursivement énumérable.

Nous avons toutefois montré dans [99] que dans un cadre plus restreint, il existe une logique de réécriture probabiliste. La différence fondamentale avec le cadre classique, est que l'annotation explicite par les termes de preuve devient nécessaire dans le cas probabiliste. Si les termes de preuves sont présents, alors il existe un système de preuve valide et complet.

Ces résultats peuvent être mis en correspondance avec ceux de [Hal89] à propos des liens entre logique du premier ordre, probabilités et systèmes de preuve. Voir aussi par exemple [SK66, Bac90, HH78, GS82, Nil86, WM94, Hal98, Hal03] pour des discussions plus générales entre les relations entre logiques et probabilités.

Par l'intermédiaire du stage de Guillaume Burel, nous avons aussi exploré les liens entre nos résultats et l'ensemble des résultats établis par Halpern sur la théorie de la preuve en présence de probabilités.

#### Publications relatives

#### Conférences

- [99] Olivier Bournez and Mathieu Hoyrup. Rewriting logic and probabilities. In Robert Nieuwenhuis, editor, *Rewriting Techniques and Applications, 14th*

*International Conference, RTA 2003, Valencia, Spain, June 9-11, 2003, Proceedings*, volume 2706 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 61–75. Springer, June 2003.

## Activités d’Encadrement

### Stages ENS Lyon

- Stage licence ENS Lyon de Guillaume Burel. *Logique équationnelle et probabilités selon Halpern*. Co-encadrement avec Claude Kirchner (6 semaines en 2003).
- Stage licence ENS Lyon de Mathieu Hoyrup. *Calcul de réécriture en présence de choix probabilistes*. Co-encadrement avec Claude Kirchner (6 semaines en 2002).

## 6.4 Autres notions d’incertitude

En cherchant à comprendre s’il était possible de construire une théorie de la preuve en présence d’équations avec probabilités, nous avons mis en évidence qu’il était en fait possible de construire une théorie de la preuve équationnelle dans un cadre distinct, celui de la logique floue. Nous avons établi qu’il est possible de construire une théorie de la preuve équationnelle qui est valide et complète pour la preuve d’équations en logique floue. Ce résultat est présenté dans [101].

Nous n’avons pas vraiment cherché à pousser plus loin les investigations. Mais il semble que ce que nous avons obtenu présente des résultats parallèles à [Bel02]. Notre cadre est un peu différent, et nos résultats complètent ce papier.

## Publications relatives

### Conférences

- [101] Olivier Bournez. A generalization of equational proof theory? In Holger Hermanns and Roberto Segala, editors, *Process Algebra and Probabilistic Methods : Performance Modeling and Verification, 2nd Joint International Workshop*, volume 2399 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 208–209. Springer-Verlag, July 25–26 2002.

## Rapports de Recherche

- [120] Olivier Bournez. Fuzzy equational theories. Technical report, LORIA, 2003.

## 6.5 Preuve de terminaison presque sûre

Par l'intermédiaire de la thèse de Florent Garnier, avons cherché à comprendre les techniques utilisables pour prouver la terminaison presque sûre d'un ensemble de règles probabilistes.

Par analogie avec la terminologie utilisée dans les chaînes de Markov, nous avons proposé de distinguer la terminaison presque sûre positive (le nombre moyen de dérivations pour atteindre un terminal est fini) du cas général.

Nous avons établi qu'un système est positivement presque sûrement terminant s'il existe une fonction de valuation qui envoie les états du système sur l'ensemble des réels, telle que chaque règle fait décroître en moyenne la valuation d'une quantité uniforme positive. Cela constitue une technique de preuve valide pour la terminaison presque sûre des systèmes de réécriture probabilistes, que nous avons prouvé complète pour le cas des systèmes finiment branchants [87].

Nous avons récemment proposé des extensions de cette technique pour la preuve de terminaison presque sûre positive sous stratégies dans [84]. Grâce à un résultat issu de la théorie des martingales, nous avons établi quelques conditions suffisantes pour cela, qui étendent d'une certaine façon [HSP83, HS85] à la terminaison presque sûre positive.

Ces résultats ont été utilisés par Florent Garnier pour prouver la terminaison presque sûre positive du protocole CSMA/CA [csm] utilisé pour les communications WIFI, dans le cadre du projet RNTL AVERROES : voir [113].

### Publications relatives

#### Conférences

- [87] Olivier Bournez and Florent Garnier. Proving positive almost sure termination. In *16th International Conference on Rewriting Techniques and Applications (RTA'2005)*, volume 3467 of *Lecture Notes in Computer Science*, page 323, Nara, Japan, 2005. Springer.
- [84] Olivier Bournez and Florent Garnier. Proving positive almost sure termination under strategies. In Frank Pfenning, editor, *17th International Conference on Rewriting Techniques and Applications (RTA'2006)*, volume 4098 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 357–371, Seattle, WA, USA, 2006. Springer.

#### Rapports de Recherche

- [116] Olivier Bournez, Florent Garnier, and Claude Kirchner. Termination in finite mean time of a csma/ca rule-based model. Technical report, LORIA, Nancy, 2005.

**Activités d'Encadrement****Thèse**

- Thèse de Florent Garnier. *Modèles, Logiques et Outils pour la Spécification et l'Analyse de Systèmes Probabilistes*. Depuis Novembre 2003. Rédaction en cours.

## Chapitre 7

# Modèles de Calculs à Temps Continus

### 7.1 Motivation

La puissance des modèles de calculs à temps et espace discrets est relativement bien comprise grâce à la thèse de Church : en effet, celle-ci postule que tous les modèles raisonnables et suffisamment puissants ont la même puissance, celle des machines de Turing.

On peut toutefois considérer des modèles de calculs où l'espace est continu. C'est par exemple le cas du modèle de Blum Shub et Smale de calcul sur les réels [BSS89], et en quelque sorte de l'analyse récursive [Wei00]. Ces modèles sont à temps discret.

Mais on peut aussi considérer des modèles où temps et espace sont continus. À vrai dire, les toutes premières machines construites étaient de ce type. Cela inclue le modèle de machine le plus célèbre historiquement, l'analyseur différentiel construit pour la première fois sous la supervision de Vannevar Bush au MIT en 1931 [Bus31], mais aussi le *Finance Phalograph* de Phillips, qui est une machine construite à la même époque pour résoudre des problèmes d'économie par analogie avec des problèmes de mécanique des fluides, et dans un certain sens le planimètre de Herman construit en 1814, la Pascaline construite en 1642, et même le mécanisme d'Anticythère datant de 87 avant Jésus Christ. Nous renvoyons notre lecteur au très instructif *Analog Computer Museum* [Cow06] de Doug Coward.

Le premier vrai modèle mathématique d'une machine universelle est dû à Claude Shannon [Sha41], qui a été opérateur sur l'analyseur différentiel de Bush au MIT. L'intérêt pour les réseaux de neurones artificiels a motivé une résurgence d'intérêt pour les systèmes de calculs à temps continu. Mais la plupart de la littérature s'intéressant à leurs propriétés calculatoires se focalise sur les modèles à temps discret [Orp97, Orp94]. Une autre série de travaux est née de problèmes liés à la complexité algorithmique de la vérification de propriétés des

systèmes hybrides [Bra95, AMP95]. Mais de tous ces travaux, il ressort que la situation est beaucoup moins claire pour les systèmes à temps et espace discrets. Très peu de résultats existent permettant une vraie comparaison entre la puissance de calculs des modèles.

Par l'intermédiaire de plusieurs travaux, je me suis intéressé à mieux comprendre la puissance de plusieurs classes de modèles à temps continu.

Si s'intéresser à ces modèles à notre époque ou l'informatique digitale a presque totalement remplacé l'informatique continue peut paraître anachronique, il est important de comprendre d'une part qu'il n'est pas si certain que ces modèles ne sont pas surpuissants, et que les progrès de l'électronique permettent d'envisager de combler les défauts de l'électronique analogique qui ont fait migrer vers l'électronique digitale, mais surtout que toutes les questions qu'on peut se poser sur ces modèles ont des conséquences directes sur des domaines beaucoup plus larges que la seule compréhension des modèles de calculs. Par exemple, à propos de la complexité de la vérification des systèmes continus et hybrides, de la portée de certaines méthodes en théorie du contrôle, de la stabilité des schémas de résolution d'équations différentielles en analyse numérique, de la robustesse des modèles par systèmes dynamiques continus ...etc.

En particulier, cela est démontré dans le survol discuté ci-après, et dans les chapitres 1 et 2 de mon habilitation à diriger les recherches.

## 7.2 Théorie des calculs pour les systèmes à temps continu

En collaboration avec Manuel Campagnolo, j'ai rédigé un survol de la théorie des calculs pour les calculs en temps continu dans le chapitre de livre [10]. Ce chapitre est repris comme le chapitre 3 de mon habilitation à diriger les recherches.

Nous y présentons les théories des calculs des systèmes à temps continu. Ces théories permettent à la fois de comprendre la difficulté des questions relatives aux systèmes dynamiques à temps continu, et à la fois de comprendre la puissance des modèles analogiques à temps continu. Nous y résumons les résultats obtenus à ce jour, avec de nombreux pointeurs sur la littérature.

Plus précisément, dans une perspective historique, nous présentons d'abord plusieurs classes majeures de modèles à temps continu qui ont mené à des intérêts pour ce domaine de recherche, comme le General Purpose Analog Computer de Shannon, les réseaux de neurones de Hopfield, les réseaux de neurones à décharges, les fonctions  $\mathbb{R}$ -récurives, les modèles issus de la vérification des systèmes hybrides, ou de la théorie des automates. Comme la plupart de ces modèles ont une dynamique continue décrite par des équations différentielles, nous rappelons ensuite plusieurs résultats fondamentaux à propos des systèmes dynamiques et des équations différentielles, de façon à discuter comment les modèles peuvent être comparés dans un cadre général : résultats élémentaires mathématiques, résultats de calculabilité/non-calculabilité des solutions d'équations différentielles, différence entre indécidabilité statique versus dynamique, plongement de machines de Turing en temps continu, et les phénomènes de contraction

de temps et d'espace. Nous discutons ensuite plusieurs tentatives de construction d'une théorie de la complexité pour ces systèmes, pour les systèmes généraux, et pour les systèmes dissipatifs. Nous discutons ensuite la question fondamentale de la robustesse aux bruits et aux imprécisions des constructions utilisées. Enfin, nous concluons en soulignant les directions qui nous semblent prioritaires pour des recherches futures, en y présentant plusieurs pistes de recherche.

## Publications relatives

### Chapitre

- [10] Olivier Bournez and Manuel L. Campagnolo. *New Computational Paradigms. Changing Conceptions of What is Computable*, chapter A Survey on Continuous Time Computations, pages 383–423. Springer-Verlag, New York, 2008.

### Chapitre d'Habilitation

- [Bou06c] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 3. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.

## 7.3 Systèmes continus et hyper-calculs

Une question que l'on peut se poser est de comprendre s'il y a la moindre possibilité de surpuissance dans les machines à temps continus.

En particulier, avec Michel Cosnard, nous avons montré dans [45] que plusieurs classes de systèmes dynamiques et hybrides (à temps discret) avaient au moins la puissance des classes de complexité non-uniformes : tout langage en temps exponentiel et  $P/poly$  en temps polynomial. Pour les systèmes dynamiques à dérivée constante par morceaux considérés comme des systèmes à temps discret, j'ai prouvé que ce résultat était en fait une caractérisation exacte de leur puissance [45].

Dans mes travaux de thèse, j'avais présenté une caractérisation complète de la puissance des systèmes à dérivée constante par morceaux lorsque qu'on les considère comme des systèmes à temps continu. J'ai ainsi montré que ces systèmes sont des modèles naturels de calculs qui reconnaissent exactement les langages de la hiérarchie arithmétique lorsque l'on se place sur  $\mathbb{Q}^d$  et certaines classes de la hiérarchie hyperarithmétique lorsque l'on se place sur  $\mathbb{R}^d$  : voir [109, 42, 43, 112].

Chacun de ces résultats semble montrer qu'il y a une certaine surpuissance (hypercalculs) dans les modèles continus, en utilisant des propriétés orthogonales : la possibilité de réels arbitraires pour la première série de résultats, et la possibilité de contracter le temps pour la seconde. À chaque fois, on peut critiquer cela par un certain manque de robustesse des modèles considérés.

La question de l'existence de systèmes physiques, en particulier continus, capables de réaliser des hypercalculs, c'est-à-dire d'effectuer des calculs exploitables qui ne seraient pas réalisables par aucune machine de Turing, fait couler beaucoup d'encre et de controverses. La situation n'est pas si claire qu'elle n'y paraît si on y réfléchit vraiment.

J'ai été invité à exprimer mon point de vue dans un numéro spécial sur le sujet. Je me suis exécuté via l'article [35]. J'y rappelle, en me basant sur [Cop02], plusieurs mauvaises compréhensions fréquentes de ce que dit précisément la thèse de Church, et je présente un panorama de plusieurs classes de systèmes mathématiques, avec la caractérisation de leur puissance.

Cet article contient plusieurs résultats originaux, et peut aussi se voir comme une remise à jour avec la compréhension actuelle des résultats qui existaient lorsque j'ai débuté ma thèse. Il est repris dans l'annexe A de mon habilitation à diriger les recherches.

Par ailleurs, j'ai rédigé dans [?] une courte note sur la thèse de Church, et ses liens avec certains (nouveaux) modèles de calculs. Cette note vise à être intégrée partiellement dans un chapitre sur l'informatique théorique et ses liens avec l'intelligence artificielle, en cours de finalisation.

## Publications relatives

### Thèse

- [112] Olivier Bournez. *Complexité Algorithmique des Systèmes Dynamiques Continus et Hybrides*. Phd thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 18 Janvier 1999.

### Revue

- [43] Olivier Bournez. Achilles and the Tortoise climbing up the hyperarithmetical hierarchy. *Theoretical Computer Science*, 210(1) :21–71, 6 January 1999.
- [42] Olivier Bournez. Some bounds on the computational power of piecewise constant derivative systems. *Theory of Computing Systems*, 32(1) :35–67, 1999.
- [35] Olivier Bournez. How much can analog and hybrid systems be proved (super-)Turing. *Applied Mathematics and Computation*, 178(1) :58–71, 2006.
- [45] Olivier Bournez and Michel Cosnard. On the computational power of dynamical systems and hybrid systems. *Theoretical Computer Science*, 168(2) :417–459, November 1996.

### Conférences

- [109] O. Bournez. Some bounds on the computational power of piecewise constant derivative systems. In Pierpaolo Degano, Robert Gorrieri, and

Alberto Marchetti-Spaccamela, editors, *Automata, Languages and Programming, 24th International Colloquium (ICALP'97)*, volume 1256 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 143–153, Bologne, Italie, 7–11 July 1997. Springer-Verlag.

## Chapitre d'Habilitation

[Bou06f] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Annexe A. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.

## Rapport de Recherche

□ Olivier Bournez. Thèse de church. autres modèles de calculs. Technical report, Available on <http://www.lix.polytechnique.fr/bournez/uploads/Main/TheseChurchIA.pdf>, 2009.

## 7.4 Approche algébrique : Classes de la Calculabilité

Parmi les modèles à temps continu, il y a la classe des fonctions  $\mathbb{R}$ -récursives introduite par Cris Moore dans [Moo96]. Le papier original de Moore présente des idées fort intéressantes et très originales pour comprendre les calculs sur les réels, qui peuvent se présenter de la façon suivante : puisqu'il n'y a pas de notion de machine universellement acceptée dans le monde continu, pourquoi ne pas contourner le problème en partant des caractérisations des classes de complexité-calculabilité qui s'affranchissent de notions de machines, en particulier des caractérisations algébriques.

Cependant, les concepts et définitions du papier de Moore présentent de nombreux problèmes, discutés dans plusieurs papiers. En particulier, l'opérateur de minimisation de Moore, qui permet de reconnaître des langages arithmétiques et hyperarithmétiques en temps constant, semble clairement trop puissant.

Manuel Campagnolo dans sa thèse [Cam01], supervisée par Félix Costa et Cris Moore, propose l'idée très intéressante de se limiter aux classes primitives récursives, i.e. sans opérateur de minimisation, et montre que le remplacement de l'opérateur d'intégration de Moore par un opérateur d'intégration linéaire conduit à une classe de fonctions qui se relie naturellement aux fonctions élémentaires sur les entiers.

Par l'intermédiaire de la thèse d'Emmanuel Hainry, je me suis intéressé à comprendre si l'on ne pouvait pas aller encore plus loin : caractériser algébriquement les fonctions élémentairement calculables au sens de l'analyse récursive.

Dans [89, 91, 36], nous avons proposé d'ajouter un opérateur limite et montré que la classe de fonctions obtenue caractérise exactement les fonctions élémentairement calculables au sens de l'analyse récursive, pour les fonctions de classe  $\mathcal{C}^2$ , définies sur un compact.

En d'autres termes, nous montrons que les fonctions élémentairement calculables au sens de l'analyse récursive correspondent à la plus petite classe de fonctions contenant certaines fonctions de base, et close par composition, intégration linéaire, et un schéma limite.

À notre connaissance, c'est la première fois que l'on caractérise de façon indépendante de toute notion de machine, une classe de fonctions en analyse récursive. Notre seul concurrent [Kaw05] utilise des schémas qui ne relève pas du tout du domaine de l'analyse en mathématiques. En particulier, cela montre qu'on peut définir ces classes sans parler de machines de Type 2, ou de machines d'ordre supérieur. Entre autres, cela semble appréciable d'un point de vue pédagogique pour présenter l'analyse récursive.

Ce résultat permet aussi de relier finement deux modèles à priori distincts de calculs sur les réels : l'analyse récursive, et les fonctions  $\mathbb{R}$ -récursives.

Les papiers [89, 91, 36] généralisent aussi ces résultats aux niveaux de la hiérarchie de Grzegorzcyk.

Dans [92, 34], nous nous sommes intéressés à comprendre s'il était possible d'ajouter un schéma de minimisation qui rendrait possible une caractérisation des fonctions calculables en analyse récursive (et pas seulement élémentairement calculables). Nous avons proposé un opérateur, relativement naturel, pour cela.

En quelque sorte, le problème que nous résolvons est la définition d'un opérateur, suffisamment puissant pour que la classe considérée aie au moins la puissance des machines de Turing, mais ne soit pas sur puissant pour avoir les problèmes de celui de [Moo96] ou les phénomènes de contraction de temps (phénomène de Zénon) de [AM98, 112, Hog02, Hog92, Moo96], fortement critiquables du point de vue de la robustesse dans chacun de ces modèles.

## Publications relatives

### Reuves

- [36] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. Elementarily computable functions over the real numbers and  $\mathbb{R}$ -sub-recursive functions. *Theoretical Computer Science*, 348(2–3) :130–147, 2005.
- [34] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. Recursive analysis characterized as a class of real recursive functions. *Fundamenta Informaticae*, 74(4) :409–433, December 2006.

### Conférences

- [89] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. An analog characterization of elementarily computable functions over the real numbers. In *In 2nd APPSEM II Workshop (APPSEM'04)*, Tallinn, Estonia, April 2004.
- [91] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. An analog characterization of elementarily computable functions over the real numbers. In *31th International Colloquium on Automata Languages and Programming (ICALP'04)*, volume

3142 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 269–280, Turku, Finland, 2004. Springer.

- [92] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. Real recursive functions and real extensions of recursive functions. In Maurice Margenstern, editor, *Machines, Computations and Universality (MCU'2004)*, volume 3354 of *Lecture Notes in Computer Science*, Saint-Petersburg, Russia, September 2004.

### Chapitre d'Habilitation

- [Bou06d] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 4. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.

### Activités d'Encadrement

#### Thèse

- Thèse de Emmanuel Hainry. *Modèles de Calculs Continus*. Soutenue le 7 Décembre 2006 (de septembre 2003 au 7 décembre 2006) .

#### Stage de DEA

- Stage de DEA de Emmanuel Hainry. *Fonctions réelles calculables et fonctions  $\mathbb{R}$ -récurives*. DEA ENS-Lyon, de février 2003 à juillet 2003.

## 7.5 Approche algébrique : Classes de Complexité

Les résultats précédents visent à relier des classes de calculabilité en analyse récursive à des classes de fonctions à la [Moo96], ou si l'on préfère, à caractériser de façon algébrique, sans référence à une notion de machine les classes de calculabilité en analyse récursive.

L'étape suivante, non-triviale est d'arriver à caractériser algébriquement les classes de complexité. Nous avons réussi récemment à le faire. Nous proposons pour cela un cadre qui permet de comprendre comment on peut plonger une classe de complexité ou de calculabilité classique sur les entiers vers son analogue sur les réels. Utilisant ce cadre, et l'idée de Bellantoni et Cook [BC92] pour caractériser le temps polynomial sur les entiers à l'aide de schémas récursifs primitifs avec deux types d'arguments (sûr et non-sûrs), nous avons obtenu une caractérisation algébrique de la notion de fonction calculable en temps polynomial en analyse récursive.

C'est à notre connaissance la première fois que l'on donne une caractérisation algébrique de la notion de fonction calculable sur les réels en analyse récursive.

Observons que d'un point de vue pédagogique, nous avons donc les moyens de définir la notion de calcul sur les réels en temps polynomial en parlant uniquement de fonctions sur les réels, et sans devoir passer par la notion de calcul

en temps polynomial sur les entiers : comparer cette approche à ce qui est fait classiquement dans les ouvrages [Wei00] ou [Ko91].

Observons par ailleurs, que le cadre proposé dans [?] permet de réobtenir assez rapidement et élégamment plusieurs des résultats de la section précédente.

## Publications relatives

### Conférences

[78] Walid Gomaa Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. Implicit complexity in recursive analysis. In *Logic and Computational Complexity*, 2009.

### Soumission à une conférence

□ Olivier Bournez, Walid Gomaa, and Emmanuel Hainry. Characterizing algebraically computable and polynomial time functions over the reals. In *Submitted.*, 2009. Submitted.

## 7.6 A propos du General Purpose Analog Computer

Comme nous l'avons écrit, le General Purpose Analog Computer (GPAC) de Claude Shannon [Sha41] est le premier vrai modèle d'un système de calcul continu universel. Il a été proposé comme un modèle théorique de l'analyseur différentiel du MIT sur lequel Shannon était opérateur.

Shannon affirme dans [Sha41] que les fonctions générables par GPAC doivent être différentiellement algébriques. L'existence de fonctions calculables en analyse récursive mais non différentiellement algébriques comme la fonction  $\Gamma$  ou  $\zeta$  de Riemann [Rub89] a souvent historiquement été utilisée pour argumenter que le modèle du GPAC a une puissance plus faible que l'analyse récursive.

Cependant, avec Manuel Campagnolo, Daniel Graça, et Emmanuel Hainry, nous avons prouvé que cela est plus dû à la notion de GPAC-calculabilité plutôt qu'au modèle.

En particulier, nous nous sommes intéressés à la question parce que Daniel Graça, qui m'a rendu visite pendant environ une année, a prouvé que la fonction  $\Gamma$  est en fait GPAC-calculable si l'on prend une notion de calcul par "calculs convergents" comme en analyse récursive.

Nous avons montré dans [85, 32], qu'avec une telle notion de GPAC-calculabilité, GPAC et analyse récursive sont en fait équivalents d'un point de vue de leur puissance de calcul. Ce résultat contribue à montrer qu'il n'est peut-être pas si utopique d'arriver à construire une thèse de Church pour les systèmes continus.

## Publications relatives

### Revues

- [32] Olivier Bournez, Manuel L. Campagnolo, Daniel S. Graça, and Emmanuel Hainry. Polynomial differential equations compute all real computable functions on computable compact intervals. *Journal of Complexity*, 23(3) :317–335, June 2007.

### Conférences

- [85] Olivier Bournez, Manuel L. Campagnolo, Daniel S. Graça, and Emmanuel Hainry. The general purpose analog computer and computable analysis are two equivalent paradigms of analog computation. In Jin-yi Cai, S. Barry Cooper, and Angsheng Li, editors, *Theory and Applications of Models of Computation, Third International Conference, TAMC 2006, Beijing, China, May 15-20, 2006, Proceedings*, volume 3959 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 631–643. Springer, 2006.

## Chapitre d’Habilitation

- [Bou06d] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 4. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.



## Chapitre 8

# Algorithmique répartie

Notre travail à ce jour relatif à l’algorithmique répartie concerne essentiellement l’étude de certains systèmes distribués via les outils des systèmes dynamiques continus. En particulier, en rapport avec les réseaux anonymes (protocoles de populations), les réseaux de grandes tailles, la théorie des jeux, et plus particulièrement l’apprentissage d’équilibres de Nash en théorie des jeux.

### 8.1 Motivation

Les systèmes dynamiques continus (à temps et ou espace continus) apparaissent naturellement lorsqu’on cherche à discuter des abstractions de systèmes de grandes tailles. L’approche qui consiste à passer pour une population d’agents en interactions d’une vision microscopique, où l’on décrit les comportements et les interactions de chacun des agents, à une vision macroscopique, où l’on décrit l’évolution de la population par des paramètres macroscopiques globaux, est en effet courante dans les sciences expérimentales, comme en physique, en chimie, ou en biologie [Mur93, HSD03]. On discute ainsi par exemple de la dynamique de populations par des modèles comme les équations différentielles de Lotka Volterra [HSD03], ou comme les modèles de la théorie évolutionnaire des jeux [MS81, Wei95].

La taille de certains systèmes informatiques, comme les réseaux, est maintenant telle, qu’il semble pertinent d’utiliser de tels modèles, et de ne plus parler d’individus mais de statistiques, et de proportions, et de leurs dynamiques [Pap01]. Par exemple, lorsqu’on décrit l’état d’un réseau comme internet, il n’est pas pertinent de décrire l’état d’un individu donné, mais plutôt la proportion, ou le nombre d’individus dans tel ou tel état.

Cette approche, que l’on peut qualifier de passage à la limite thermodynamique, est courante pour simuler ou observer les réseaux. Elle l’est néanmoins beaucoup moins pour les programmer en algorithmique distribuée, et quasi-absente des modèles classiques de la complexité et calculabilité, qui ne sont pas réellement aptes à ce jour à discuter d’abstractions macroscopiques de systèmes

[Pap01].

Une des raisons est que pour les modèles courants et classiques de l’algorithmique distribuée il n’y a pas d’homogénéité spatiale ce qui rend l’approche non-pertinente, ou alors très difficile.

Cependant, dans plusieurs modèles récemment proposés en algorithmique, cette approche semble possible et valide car on a une hypothèse de mobilité passive (i.e. les agents ou les acteurs ne contrôlent pas avec qui ils rentrent en interactions) qui crée de fait une homogénéité spatiale : voir par exemple la discussion dans [AAD<sup>+</sup>04].

Ces modèles sont motivés par de nouvelles applications comme les réseaux de capteurs, ou les réseaux de télécommunications de grande taille, ou comme des modèles de la diffusion de virus informatiques.

Alors que, du point de vue de l’informatique théorique, les modèles classiques en algorithmique distribuée sont proches des machines de Turing ou des automates cellulaires, cette hypothèse de mobilité passive mène à des modèles qui semblent en différer grandement.

Par exemple, Angluin et al. ont proposé dans [AAD<sup>+</sup>04] un modèle de calcul inspiré par les réseaux de capteurs. Il vient d’être démontré dans [AAE06] que la version en temps discret du modèle possède une puissance de calcul qui se caractérise en termes de relations définissables dans une certaine logique (l’arithmétique de Presburger). Puisqu’aucune classe de complexité classique ne se caractérise comme cela, cela montre qu’on a réellement affaire à de nouveaux modèles. Du point de vue de l’algorithmique, programmer de tels systèmes de population est clairement très différent de l’algorithmique distribuée classique, et le modèle est maintenant discuté dans les plus grandes conférences de l’algorithmique distribuée : voir [AR07] pour un survol.

Nous nous sommes intéressés à ce type de modèles, et à leurs propriétés calculatoires.

D’autre part, nous nous sommes penchés sur des modèles et des problèmes issus de problèmes d’apprentissage dans les réseaux de télécommunication, ou dans des problèmes d’ordonnancement, en lien avec la théorie algorithmique des jeux ou la théorie évolutionnaire des jeux. Dans les problèmes d’apprentissage considérés, les outils utilisés s’avèrent être des systèmes dynamiques continus, et des passages du microscopique au macroscopique : ces deux assertions s’avèrent être le socle commun à tous les résultats discutés dans ce chapitre.

## 8.2 Présentations générales : Systèmes concurrents et Abstractions Continues

J’ai réalisé une présentation des différents modèles utilisés dans les sciences expérimentales et en informatique qui vont dans ce sens. Cette présentation constitue le chapitre 2 de mon habilitation à diriger les recherches, et est reprise plus succinctement dans la publication [82].

J’y présente un panorama de différents modèles de systèmes dynamiques

continus, en me focalisant sur des modèles faisant intervenir plusieurs agents, à priori plutôt en grand nombre, et donc avec potentiellement une certaine compétition ou une concurrence entre les agents.

Je démontre par là que l'abstraction continue est naturelle pour parler de populations d'individus, même si parfois ceux-ci, ainsi que leurs comportements sont intrinsèquement discrets. Je cherche d'autre part à montrer que les modèles de populations, ou de la théorie (évolutionnaire) des jeux sont pertinents et naturels pour comprendre l'informatique distribuée actuelle, en particulier lorsque le nombre d'agents devient grand, ou lorsque la topologie n'est pas connue autrement que par des arguments statistiques ou probabilistes.

Les modèles présentés dans ce chapitre sont issus de la bioinformatique pour les réseaux de régulations génétiques, de la biologie des populations, en virologie biologique, ou en virologie informatique. Nous présentons alors la théorie des jeux, et ses modèles, en nous focalisant sur certains de ses modèles du dynamisme.

Nous discutons aussi dans ces publications de quelques modèles proposés en algorithmique distribuée qui intègrent déjà ces considérations, comme les protocoles de population de Angluin et al. [AAD<sup>+</sup>04, AAE06, AR07] évoqués ci-dessus, pour lesquels une caractérisation de leur puissance a été obtenue, et ceux évoqués dans la section qui suit, pour lesquels la question reste ouverte.

## Publications relatives

### Conférences

- [82] Olivier Bournez and Emmanuel Hainry. On the Computational Capabilities of Several Models. In *Machines, Computations and Universality (MCU'2007)*, volume 4664 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, September 10-13 2007.

## Chapitre d'Habilitation

- [Bou06b] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 2. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.

## 8.3 Protocoles de populations & Jeux

Le modèle de Angluin et coauteurs évoqué plus haut apparaît dès que, dans un système distribué, une population d'agents anonymes communiquent par paires, et dès qu'une hypothèse d'homogénéité spatiale, ou ce qui est équivalent, une hypothèse de mobilité passive, selon la terminologie des auteurs du modèle, est présente [AAD<sup>+</sup>04].

Il est courant d'entendre que nombre d'algorithmes ou de règles d'évolutions peuvent se voir comme des jeux au sens de la théorie des jeux.

Je me suis intéressé à comprendre jusqu'à quel point cela est vrai. En collaboration avec Jérémie Chalopin, Johanne Cohen, Xavier Koenigler, et Michael Rabie, nous avons montré que tout ensemble de règles, n'est pas un jeu : nous appelons jeu, un système de règles qui correspond à une dynamique Pavlovienne, sur des interactions par paires.

Nous avons montré que les protocoles qui correspondent à des jeux symétriques ont une puissance très limitée [?].

Par contre, les protocoles qui correspondent à des jeux asymétriques ont la même puissance que les protocoles de populations classiques : tout ce qui est calculable par un protocole de populations (un réseau d'agents anonymes interagissant par paires) est donc implémentable sous la forme d'un jeu avec une dynamique Pavlovienne. Ce résultat reste à écrire, mais l'essentiel est présent dans le rapport de stage de Mikaël Rabie, qui a fait son stage de première année sous ma responsabilité.

## Publications relatives

### Conférences

- [79] Olivier Bournez, Jérémie Chalopin, Johanne Cohen, and Xavier Koenigler. Playing with population protocols. In *The Complexity of a Simple Program*, Cork, Ireland, December 6-7th 2008.

## Rapport de recherche

### Activités d'Encadrement

#### Stage ENS Lyon

- Stage licence ENS Lyon de Mikaël Rabie. *Protocoles de population et Théorie des jeux*. (6 semaines en 2009).

## 8.4 Protocoles de grandes populations

Le modèle de Angluin et coauteurs évoqué jusqu'à maintenant est un modèle à temps discret : à chaque top discret, une interaction par paire se produit. Le modèle sous-jacent est la description d'une (énorme) chaîne de Markov à temps discret, via des règles d'interactions simples entre partenaires.

Les populations sont supposées de taille arbitraire, mais finie. Lorsque l'on veut discuter de calculs ou de systèmes avec un très grand nombre d'agents, il devient pertinent d'approximer le système résultant par sa description macroscopique continue : cette abstraction est celle d'une chaîne de Markov à temps continu sur des proportions d'agents dans tel ou tel état.

Par l'intermédiaire du stage de Xavier Koenigler en 2006, et en collaboration avec Johanne Cohen, nous avons proposé une formalisation des modèles obtenus et présenté quelques résultats de minoration et majoration de la puissance du

modèle. En particulier, nous avons montré que certains nombres algébriques non-rationnels sont calculables par des protocoles très simples.

Ces résultats étaient obtenus au prix de simplifications courantes en sciences expérimentales, mais non totalement mathématiquement justifiées. En collaboration avec Philippe Chassaing, Johanne Cohen, Lucas Gerin, et Xavier Koegler, nous avons justifié mathématiquement dans [30] le passage utilisé des règles microscopiques à la description macroscopique. La preuve se base sur la théorie de l'approximation des équations différentielles stochastiques par des processus à temps discret.

Nous arrivons même à obtenir des équivalents asymptotiques de la convergence dans [81, 30] mais la notion de convergence utilisée pour les processus stochastiques dans la preuve est la convergence simple. Cela permet de discuter de la vitesse de convergence au sens où cela est entendu en mathématique, mais pas dans le sens où cela est entendu en informatique (complexité).

En collaboration avec Guillaume Aupy, qui a fait son stage de première année sous ma responsabilité, nous avons réussi à montrer qu'on pouvait en dire plus : la convergence se fait bien polynomialement, dans un sens naturel. La preuve utilise la généralisation de bornes d'erreurs sur l'approximation d'une équation différentielle par la méthode d'Euler au cas stochastique. Ce résultat fait l'objet de la soumission [28].

Xavier est actuellement en thèse en co-encadrement avec Pierre-Fraignaud et moi-même. Xavier semble très proche d'obtenir une caractérisation exacte de la puissance du modèle discuté plus haut.

## Publications relatives

### Revues

- [30] Olivier Bournez, Philippe Chassaing, Johanne Cohen, Lucas Gerin, and Xavier Koegler. On the convergence of population protocols when population goes to infinity. *Applied Mathematics and Computation*, 215(4) :1340–1350, 2009.

### Conférences

- [81] Olivier Bournez, Philippe Chassaing, Johanne Cohen, Lucas Gerin, and Xavier Koegler. On the convergence of a population protocol when population goes to infinity. In *Physics and Computations, Workshop of Unconventional Computation 2008, UC 2008*, Vienna, Austria, August 25-28 2008.

### Rapport de recherche

- [28] Guillaume Aupy and Olivier Bournez. On the number of binary-minded individuals required to compute  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ . *Theoretical Computer Science*, 411(22) :2262–2267, 2011.

## Chapitre d’Habilitation

[Bou06b] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 2. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.

## Activités d’Encadrement

### Thèse

- Thèse de Xavier Koegler. *Protocoles de Grandes Populations*. Co-encadrement avec Pierre Fraignaud (de septembre 2008 ).

### Stage de DEA

- Stage de DEA de Xavier Koegler. *Protocoles de Grandes Populations*. Co-encadrement avec Pierre Fraignaud (de mars 2008 à septembre 2008 ).

### Stage ENS Lyon

- Stage licence ENS Lyon de Guillaume Aupy. *A propos des protocoles infinis*. (6 semaines en 2009).

### Stage ENS Paris

- Stage licence ENS Lyon de Xavier Koegler. *Protocoles de population continus*. Co-encadrement avec Johanne Cohen (2 mois en 2006).

## 8.5 Routage & théorie des jeux

Dans le cadre du projet ANR SOGEA que j’ai coordonné, nous avons étudié certains aspects dynamiques du routage interdomaine dans l’Internet. De façon abstraite, le routage interdomaine réalisé par le protocole BGP utilisé dans l’Internet peut être abstrait en une sorte d’algorithme de Belman-Ford distribué de calcul de plus courts chemins : chaque noeud du réseau (système autonome dans la terminologie du routage interdomaine) demande à chacun de ses voisins s’ils connaissent une route pour la destination recherchée, et si oui leur distance à cette destination ; après avoir reçu les informations de chacun de ses voisins, chaque noeud met à jour sa table de routage, et route chaque paquet vers la destination qui clame être la plus proche. Cela est réalisé ainsi de suite en chaque noeud jusqu’à stabilisation du réseau.

Cet algorithme calcule les tables de routage d’une manière distribuée en sélectionnant les chemins qui sont les plus courts.

Nos partenaires du PRISM à Versailles ont présenté, en collaboration avec Alcatel, un modèle de certains aspects économiques présents dans le routage interdomaine, par la théorie des jeux, en particulier en modélisant le fait que les opérateurs autonomes appartiennent à des opérateurs économiques, qui peuvent avoir quelques tentations à modifier les protocoles en certains des noeuds qu'ils possèdent : voir [BBEV05].

Avec certains partenaires du projet SOGEA, nous avons montré que le modèle obtenu ne possède pas d'équilibre de Nash pur, en extrayant un cas très simple de réseau à 5 noeuds problématique [115]. Nous avons étudié la dynamique du joueur fictif sur ce type de réseaux. Les simulations semblent montrer que lorsqu'un équilibre de Nash pur existe, la dynamique du joueur fictif converge vers un tel équilibre, et diverge dans le cas contraire. Cependant, les outils semblent manquer pour prouver ce résultat dans le cas général.

## Publications relatives

### Rapport de recherche

[115] Olivier Bournez Johanne Cohen Loubna Echabbi Sylvie Delaët, Dominique Barth. Existence of a Nash equilibria in a pricing game adapted to BGP. Technical report, LRI, 2006.

## 8.6 Ordonnancement & Apprentissage

En collaboration avec Octave Boussaton, et Johanne Cohen, nous nous sommes intéressés aux propriétés dynamiques de l'équilibrage de charges. Nous considérons pour cela le problème proposé par [KP99] : des tâches doivent se placer sur des serveurs, sachant que chaque tâche cherche à minimiser son propre coût. Le coût d'une tâche est fonction de la charge sur le serveur.

Ce cas d'étude constitue un problème maintenant classique de théorie algorithmique des jeux [KP99, CV02, BFG<sup>+</sup>06]. La théorie algorithmique de jeux permet de discuter les équilibres atteints par le système si chacun des agents (tâches) est rationnel, mais pas réellement de la dynamique du système.

Nous considérons que les tâches apprennent la situation globale en utilisant la dynamique de [PS94]. Cette dernière est à temps discret. Elle peut s'abstraire en une dynamique en temps continu, qui correspond à une dynamique de répliation, de la théorie évolutionnaire des jeux. Nous montrons que la dynamique obtenue est convergente vers les équilibres de Nash du système, en construisant des fonctions de Lyapunov dans le cas linéaire [114]. Nous prouvons qu'il ne saurait exister une telle fonction dans le cas général.

## Publications relatives

### Revues

- [29] Dominique Barth, Olivier Bournez, Octave Boussaton, and Johanne Cohen. Distributed learning of equilibria in a routing game. *Parallel Processing Letters*, 19 :189–204, 2009.

### Conférences

- [80] Dominique Barth, Olivier Bournez, Octave Boussaton, and Johanne Cohen. Distributed learning of wardrop equilibria. In *Unconventional Computation 2008, UC 2008*, volume 5204 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 19–32, Vienna, Austria, August 25-28 2008. Springer.

## Activités d’Encadrement

### Stage ENS Lyon

- Stage licence ENS Lyon de André Chailloux. *Mécanismes de théorie des jeux et algorithmique*. Co-encadrement avec Johanne Cohen (6 semaines en 2005).

## 8.7 Apprentissage en Théorie des Jeux

En collaboration avec Johanne Cohen, nous avons obtenu un ensemble de résultats sur la vitesse de convergence d’algorithmes distribués d’apprentissage d’équilibres de Nash.

La difficulté des études comme celles mentionnées dans le paragraphe précédent est qu’elles se basent sur des approximations, courantes, mais parfois difficiles à justifier pleinement. En outre, ce type de constructions ne permet pas de parler de temps de convergence.

Dans [?], nous présentons une large classe d’algorithmes d’apprentissage distribués que nous prouvons converger vers les équilibres de Nash de tout système ou jeu auquel ils sont appliqués. Nous prouvons que ces algorithmes peuvent s’étudier par une équation différentielle continue, qui correspond à leur approximation de champ moyen. Nous en déduisons quelques résultats sur le temps de convergence, au moyen de bornes inférieures et supérieures.

Dans [?], nous discutons des jeux pour lesquels une large classe d’algorithmes d’apprentissage distribués est prouvablement convergente vers les équilibres de Nash. Nous introduisons la notion de jeux de Lyapunov. Nous montrons que ces jeux incluent les jeux de potentiel exacts et les jeux ordinaux. Nous prouvons des bornes sur le temps de convergence en utilisant des arguments probabilistes de martingale.

**Publications relatives****Soumissions**

- Olivier Bournez and Johanne Cohen. Pure nash equilibria can be learned efficiently in potential games by a wide class of fully distributed algorithm. Technical report, 2009. <http://www.lix.polytechnique.fr/~bournez/uploads/Main/Papier-BC09sod.pdf>.
- Olivier Bournez and Johanne Cohen. Stochastic learning of equilibria in games : The ordinary differential equation method. Technical report, 2009. <http://www.lix.polytechnique.fr/~bournez/uploads/Main/Papier-BC09sod.pdf>.



## Chapitre 9

# Références

- [AA97] A. Aguilera and D. Ayala. Orthogonal polyhedra as geometric bounds in constructive solid geometry. In *SMA '97 : Proceedings of the Fourth Symposium on Solid Modeling and Applications*, pages 56–67, Atlanta (GE), USA, 14–16 May 1997. ACM Press.
- [AA98] A. Aguilera and D. Ayala. Domain extension for the extreme vertices model (EVM) and set-membership classification. In *CSG'98. Set-Theoretical Solid Modeling : Techniques and Applications*, pages 33–47, 1998.
- [AAD<sup>+</sup>04] Dana Angluin, James Aspnes, Zoë Diamadi, Michael J. Fischer, and René Peralta. Computation in networks of passively mobile finite-state sensors. In *Twenty-Third ACM Symposium on Principles of Distributed Computing*, pages 290–299. ACM Press, July 2004.
- [AAE06] Dana Angluin, James Aspnes, and David Eisenstat. Stably computable predicates are semilinear. In *PODC '06 : Proceedings of the twenty-fifth annual ACM symposium on Principles of distributed computing*, pages 292–299, New York, NY, USA, 2006. ACM Press.
- [ACH<sup>+</sup>95] Rajeev Alur, Costas Courcoubetis, Nicolas Halbwachs, Thomas A. Henzinger, Pei-Hsin Ho, X. Nicollin, Alfredo Olivero, Joseph Sifakis, and Sergio Yovine. The algorithmic analysis of hybrid systems. *Theoretical Computer Science*, 138(1) :3–34, 6 February 1995.
- [AD90] Rajeev Alur and David L. Dill. Automata for modeling real-time systems. In Mike Paterson, editor, *Automata, Languages and Programming, 17th International Colloquium, ICALP90, Warwick University, England, July 16-20, 1990, Proceedings*, volume 443 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 322–335. Springer, 1990.
- [AM98] Eugene Asarin and Oded Maler. Achilles and the tortoise climbing up the arithmetical hierarchy. *Journal of Computer and System Sciences*, 57(3) :389–398, December 1998.

- [AMP95] Eugene Asarin, Oded Maler, and Amir Pnueli. Reachability analysis of dynamical systems having piecewise-constant derivatives. *Theoretical Computer Science*, 138(1) :35–65, February 1995.
- [AR07] James Aspnes and Eric Ruppert. An introduction to population protocols. In *Bulletin of the EATCS*, volume 93, pages 106–125, 2007.
- [ASV90] Serge Abiteboul, Eric Simon, and Victor Vianu. Non-deterministic languages to express deterministic transformations. In ACM, editor, *PODS '90. Proceedings of the Ninth ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems : April 2–4, 1990, Nashville, Tennessee*, volume 51(1) of *Journal of Computer and Systems Sciences*, pages 218–229, New York, NY 10036, USA, 1990. ACM Press.
- [AV89] Serge Abiteboul and Victor Vianu. Fixpoint extensions of first-order logic and Datalog-like languages. In *Proceedings 4th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science, LICS'89, Pacific Grove, CA, USA, 5–9 June 1989*, pages 71–79. IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, 1989.
- [AV91] Serge Abiteboul and Victor Vianu. Datalog extensions for database queries and updates. *Journal of Computer and System Sciences*, 43(1) :62–124, August 1991.
- [Bac90] F. Bacchus. *Representing and reasoning with probabilistic knowledge*. MIT-Press, 1990.
- [Bal01] Gianfranco Balbo. Introduction to stochastic Petri nets. In *Euro Summer School on Trends in Computer Science*, volume 2090 of *Lecture Notes in Computer Science*, page 84, 2001.
- [BBEV05] Dominique Barth, Lelia Blin, Loubna Echabbi, and Sandrine Vial. Distributed cost management in a selfish bgp multi-operators network. In *Next Generation Internet Networks (NGI'2005)*, 2005.
- [BC92] Stephen Bellantoni and Stephen Cook. A new recursion-theoretic characterization of the poly-time functions. *Computational Complexity*, 2 :97–110, 1992.
- [BCSS98] Lenore Blum, Felipe Cucker, Michael Shub, and Steve Smale. *Complexity and Real Computation*. Springer-Verlag, 1998.
- [Bel94] S. Bellantoni. Predicative recursion and the polytime hierarchy. In Peter Clote and Jeffery Remmel, editors, *Feasible Mathematics II, Perspectives in Computer Science*. Birkhäuser, 1994.
- [Bel02] Radim Belohlávek. Fuzzy equational logic. *Mathematical Logic Quarterly*, 41 :83–90, 2002.
- [BFG<sup>+</sup>06] Petra Berenbrink, Tom Friedetzky, Leslie Ann Goldberg, Paul Goldberg, Zengjian Hu, and Russell Martin. Distributed selfish load balancing. In *SODA '06 : Proceedings of the seventeenth annual*

- ACM-SIAM symposium on Discrete algorithm*, pages 354–363, New York, NY, USA, 2006. ACM.
- [BN98] Franz Baader and Tobias Nipkow. *Term Rewriting and All That*. Cambridge University Press, 1998.
- [Bon89] Anthony J. Bonner. Hypothetical Datalog : Negation and linear recursion. In *Proceedings of the Eighth ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems*, pages 286–300, Philadelphia, Pennsylvania, 29–31 March 1989. ACM Press.
- [Bou06a] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 1. Habilitation à diriger les recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.
- [Bou06b] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 2. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.
- [Bou06c] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 3. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.
- [Bou06d] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 4. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.
- [Bou06e] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Chapitre 5. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.
- [Bou06f] Olivier Bournez. *Modèles Continus. Calculs. Algorithmique Distribuée*. Annexe A. Habilitation à diriger des recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, 7 Décembre 2006.
- [Bra95] M. S. Branicky. Universal computation and other capabilities of hybrid and continuous dynamical systems. *Theoretical Computer Science*, 138(1) :67–100, 6 February 1995.
- [BSS89] Lenore Blum, Mike Shub, and Steve Smale. On a theory of computation and complexity over the real numbers; NP completeness, recursive functions and universal machines. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 21(1) :1–46, July 1989.
- [Bus31] Vannevar Bush. The differential analyser. *Journal of the Franklin Institute*, 212(4) :447–488, 1931.
- [Cam01] Manuel L. Campagnolo. *Computational complexity of real valued recursive functions and analog circuits*. PhD thesis, IST, Universidade Técnica de Lisboa, 2001.
- [CDE<sup>+</sup>03] Manuel Clavel, Francisco Durán, Steven Eker, Patrick Lincoln, Narciso Martí-Oliet, José Meseguer, and Carolyn Talcott. The maude 2.0 system. In Robert Nieuwenhuis, editor, *Rewriting Techniques and Applications (RTA 2003)*, number 2706 in Lecture Notes in Computer Science, pages 76–87. Springer-Verlag, June 2003.

- [CGP99] Edmund M. Clarke, Orna Grumberg, and Doron A. Peled. *Model Checking*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1999.
- [CK01] Horatiu Cirstea and Claude Kirchner. The rewriting calculus — Part I and II. *Logic Journal of the Interest Group in Pure and Applied Logics*, 9(3) :427–498, may 2001.
- [Clo98] P. Clote. Computational models and function algebras. In Edward R. Griffor, editor, *Handbook of Computability Theory*, pages 589–681. North-Holland, Amsterdam, 1998.
- [CM99] Felipe Cucker and Klaus Meer. Logics which capture complexity classes over the reals. *Journal of Symbolic Logic*, 64(1) :363–390, 1999.
- [Cob62] Alan Cobham. The intrinsic computational difficulty of functions. In Y. Bar-Hillel, editor, *Proceedings of the International Conference on Logic, Methodology, and Philosophy of Science*, pages 24–30. North-Holland, Amsterdam, 1962.
- [Côm01] Guy-Marie Côme. *Gas-Phase Thermal Reactions. Chemical Engineering Kinetics*. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [Cop02] B. Jack Copeland. The Church-Turing thesis. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Stanford University, Fall 2002.
- [Cow06] Doug Coward. Doug Coward’s Analog Computer Museum, 2006. <http://dcoward.best.vwh.net/analog/> .
- [csm] Ieee csma/ca 802.11 working group home page. <http://www.ieee802.org/11/> .
- [CV02] Artur Czumaj and Berthold Vöcking. Tight bounds for worst-case equilibria. In *Proceedings of the 13th Annual ACM-SIAM Symposium On Discrete Mathematics (SODA-02)*, pages 413–420, New York, January 6–8 2002. ACM Press.
- [dA98] Luca de Alfaro. *Formal Verification of Probabilistic Systems*. PhD thesis, Stanford University, 1998.
- [Dav65] Martin Davis. *The Undecidable : Basic Papers on Undecidable Propositions, Unsolvable Problems and Computable Functions*. Raven Press, 1965. Reprinted by Dover Publications, Incorporated in 2004.
- [Daya] Daylight Chemical Information Systems Inc., <http://www.daylight.com/dayhtml/doc/theory/theory.smiles.html>. *SMILES - A Simplified Chemical Language*.
- [Dayb] Daylight Chemical Information Systems Inc., <http://www.daylight.com/dayhtml/smiles/smiles-intro.html>. *SMILES Tutorial*.
- [DBC01] Alain Dutech, Olivier Buffet, and François Charpillat. Multi-Agent Systems by Incremental Gradient Reinforcement Learning. In *Proceedings of the Seventeenth International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI 2001, Seattle, Washington, USA, August*

- 4-10, 2001, volume 2, pages 833–838. Morgan Kaufmann, August 2001.
- [EF95] H. Ebbinghaus and J. Flum. *Finite Model Theory*. Perspectives in Mathematical Logic, Omega Series. Springer-Verlag, Heidelberg, 1995.
- [Fag74] Ronald Fagin. Generalized first-order spectra and polynomial-time recognizable sets. In R. M. Karp, editor, *Complexity in Computer Computations*, pages 43–73. American Mathematics Society, Providence R.I., 1974.
- [FDPW01] Thom Frühwirth, Alexandra Di Pierro, and Herbert Wiklicky. Toward probabilistic constraint handling rules. In Slim Abdennadher and Thom Frühwirth, editors, *Proceedings of the third Workshop on Rule-Based Constraint Reasoning and Programming (RCoRP'01)*, Paphos, Cyprus, December 2001. Under the hospice of the International Conferences in Constraint Programming and Logic Programming.
- [GG98] Erich Grädel and Yuri Gurevich. Metafinite model theory. *Information and Computation*, 140(1) :26–81, 10 January 1998.
- [GM95] Erich Grädel and Klaus Meer. Descriptive complexity theory over the real numbers. In *Proceedings of the Twenty-Seventh Annual ACM Symposium on the Theory of Computing*, pages 315–324, Las Vegas, Nevada, 29May–1June 1995. ACM Press.
- [Gol89] David E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1989.
- [Goo94] J. B. Goode. Accessible telephone directories. *The Journal of Symbolic Logic*, 59(1) :92–105, March 1994.
- [Gro93] Patrick Gros. *Outils géométriques pour la modélisation et la reconnaissance d'objets polyédriques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1993.
- [Grz57] Andrei N. Grzegorzcyk. On the definitions of computable real continuous functions. *Fundamenta Mathematicae*, 44 :61–71, 1957.
- [GS82] H. Gaifman and M. Snir. Probabilities over rich languages, testing and randomness. *The journal of symbolic logic*, 47(3) :495–548, 1982.
- [GS86] Y. Gurevich and S. Shelah. Fixed-point extensions of first order logic. *Annals of Pure and Applied Logic*, 32 :265–280, 1986.
- [Gur83] Y. Gurevich. Algebras of feasible functions. In *Twenty Fourth Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 210–214. IEEE Computer Society Press, 1983.
- [Hal89] J.Y. Halpern. An analysis of first order logics of probability. In *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'89)*, pages 1375–1381. Morgan Kaufmann, 1989.

- [Hal98] Joseph Y. Halpern. A logical approach to reasoning about uncertainty : a tutorial. In X. Arrazola, K. Korta, and F. J. Pelletier, editors, *Discourse, Interaction, and Communication*, pages 141–55. Kluwer, 1998.
- [Hal03] Joseph Y. Halpern. *Reasoning about Uncertainty*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2003.
- [Han94] H. Hansson. *Time and Probability in Formal Design of Distributed Systems*. Series in Real-Time Safety Critical Systems. Elsevier, 1994.
- [HH78] P. Hajek and T. Havraknek. *Mechanizing Hypothesis Formation (Mathematical Foundations for a General Theory)*. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1978.
- [HLMP04] Thomas Héroult, Richard Lassaigne, Frédéric Magniette, and Sylvain Peyronnet. Approximate probabilistic model checking. In Bernhard Steffen and Giorgio Levi, editors, *Verification, Model Checking, and Abstract Interpretation, 5th International Conference, VMCAI 2004, Venice, January 11-13, 2004, Proceedings*, volume 2937 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 73–84. Springer, 2004.
- [Hog92] Mark L. Hogarth. Does general relativity allow an observer to view an eternity in a finite time? *Foundations of Physics Letters*, 5 :173–181, 1992.
- [Hog02] Mark Hogarth. Non-Turing computations via Malament-Hogarth space-times. *International Journal Theoretical Physics*, 41 :341–370, 2002.
- [Hoo66] P. K. Hooper. The undecidability of the turing machine immortality problem. *The Journal of Symbolic Logic*, 31(2), June 1966.
- [HS85] Sergiu Hart and Micha Sharir. Concurrent probabilistic programs, or : How to schedule if you must. *SIAM Journal on Computing*, 14(4) :991–1012, November 1985.
- [HSD03] Morris W. Hirsch, Stephen Smale, and Robert Devaney. *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*. Elsevier Academic Press, 2003.
- [HSP83] Sergiu Hart, Micha Sharir, and Amir Pnueli. Termination of probabilistic concurrent program. *ACM Transactions on Programming Languages and Systems*, 5(3) :356–380, July 1983.
- [Imm86] Neil Immerman. Relational queries computable in polynomial time. *Information and Control*, 68(1–3) :86–104, 1986.
- [Imm87] Neil Immerman. Languages that capture complexity classes. *SIAM Journal of Computing*, 16(4) :760–778, 1987.
- [Imm91] N. Immerman.  $DSPACE[n^k] = VAR[k + 1]$ . In Balcázar, José ; Borodin Alan ; Gasarch Bill ; Immerman Neil ; Papadimitriou Christos ; Ruzzo Walter ; Vitányi Paul ; Wilson Christopher, editor, *Proceedings of the 6th Annual Conference on Structure in Complexity*

- Theory (SCTC '91)*, pages 334–340, Chicago, IL, USA, June 1991. IEEE Computer Society Press.
- [Imm99] Neil Immerman. *Descriptive Complexity*. Springer, 1999.
- [Kaw05] Akitoshi Kawamura. Type-2 computability and Moore’s recursive functions. In Vasco Brattka, L. Staiger, and Klaus Weihrauch, editors, *6th Workshop on Computability and Complexity in Analysis (CCA 2004)*, volume 120 of *definition*, pages 83–95. Elsevier, 2005.
- [Klo92] Jan Willem Klop. Term rewriting systems. In S. Abramsky, D. M. Gabbay, and T. S. E. Maibaum, editors, *Handbook of Logic in Computer Science*, volume 2, chapter 1, pages 1–117. Oxford University Press, Oxford, 1992.
- [KNP02] Marta Z. Kwiatkowska, Gethin Norman, and David Parker. PRISM : Probabilistic symbolic model checker. In Tony Field, Peter G. Harrison, Jeremy T. Bradley, and Uli Harder, editors, *Computer Performance Evaluation, Modelling Techniques and Tools 12th International Conference, TOOLS 2002, London, UK, April 14-17, 2002, Proceedings*, volume 2324 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 200–204. Springer, 2002.
- [Ko91] Ker-I Ko. *Complexity Theory of Real Functions*. Progress in Theoretical Computer Science. Birkhäuser, Boston, 1991.
- [KP99] E. Koutsoupias and C. Papadimitriou. Worst-case equilibria. In *Symposium on Theoretical Computer Science (STACS'99)*, pages 404–413, Trier, Germany, 4–6 March 1999.
- [Kwi03] Marta Z. Kwiatkowska. Model checking for probability and time : from theory to practice. In *Proceedings of the eighteenth Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science (LICS-03)9*, pages 351–360, Los Alamitos, CA, June 22–25 2003. IEEE Computer Society.
- [Lac55] Daniel Lacombe. Extension de la notion de fonction récursive aux fonctions d’une ou plusieurs variables réelles III. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences Paris*, 241 :151–153, 1955.
- [Lei90] Daniel Leivant. Inductive definitions over finite structures. *Information and Computation*, 89(2) :95–108, 1990.
- [LM95] D. Leivant and J-Y Marion. Ramified recurrence and computational complexity II : substitution and poly-space. In L. Pacholski and J. Tiuryn, editors, *Computer Science Logic, 8th Workshop, CSL '94*, volume 933 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 486–500, Kazimierz, Poland, 1995. Springer.
- [LMFZ94] Jane Liu, Joe Mundy, David Forsyth, and Andrew Zisserman. Efficient recognition of rotationally symmetric surfaces and straight homogeneous generalized cylinders. In *Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'94), 1994*. IEEE Computer Society Press, 1994.

- [LMS95] P. Lincoln, J. Mitchell, and A. Scedrov. Stochastic interaction and linear logic. In J.-Y Girard, Y. Lafont, and L. Regnier, editors, *Advances in Linear Logic*, volume 222 of *London Mathematical Society Lecture Notes*, pages 147–166. Cambridge University Press, 1995.
- [Mes92] J. Meseguer. Conditional rewriting logic as a unified model of concurrency. *Theoretical Computer Science*, 96(1) :73–155, 1992.
- [MK98] Pierre-Etienne Moreau and Hélène Kirchner. A compiler for rewrite programs in associative-commutative theories. In “*Principles of Declarative Programming*”, number 1490 in *Lecture Notes in Computer Science*, pages 230–249. Springer-Verlag, September 1998.
- [MMS95] C. Muller, V. Michel, Gerard Scacchi, and Guy-Marie Côme. Ther-gas : a computer program for the evaluation of thermochemical data of molecules and free radicals in the gas phase. *Journal de Chimie Physique*, 92 :1154–1178, 1995.
- [MOM02] Narciso Martí-Oliet and José Meseguer. Rewriting logic : Roadmap and bibliography. *Theoretical Computer Science*, 285(2) :121–154, 2002.
- [Moo90] Cristopher Moore. Unpredictability and undecidability in dynamical systems. *Physical Review Letters*, 64(20) :2354–2357, May 1990.
- [Moo96] Cristopher Moore. Recursion theory on the reals and continuous-time computation. *Theoretical Computer Science*, 162(1) :23–44, 5 August 1996.
- [Mor00] Pierre-Etienne Moreau. REM (Reduce Elan Machine) : Core of the New ELAN Compiler. In Leo Bachmair, editor, *Rewriting Techniques and Applications, 11th International Conference, RTA 2000, Norwich, UK, July 10-12, 2000, Proceedings*, volume 1833 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 265–269. Springer, 2000.
- [Mos84] Y. N. Moschovakis. Abstract recursion as a foundation for the theory of algorithms. In *Computation and Proof Theory*, volume 1104 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 289–364, Berlin, 1984. Springer-Verlag.
- [MR95] Rajeev Motwani and Prabhaka Raghavan. *Randomized Algorithms*. Cambridge University Press, 1995.
- [MS81] J. Maynard-Smith. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, Cambridge, 1981.
- [Mur93] J. D. (James Dickson) Murray. *Mathematical Biology*, volume 19 of *Biomathematics*. Springer Verlag, Berlin, Germany / Heidelberg, Germany / London, UK / etc., second edition, 1993.
- [Nil86] N.J. Nilsson. Probabilistic logic. *Artificial Intelligence*, 28(1) :71–87, 1986.
- [NSMA03] Kumar Nirman, Koushik Sen, Jose Meseguer, and Gul Agha. A rewriting based model for probabilistic distributed object systems.

- In *Proceedings of 6th IFIP International Conference on Formal Methods for Open Object-based Distributed Systems (FMOODS'03)*, volume 2884 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 32–46, Paris, France, November 2003. Springer.
- [Orp94] Pekka Orponen. Computational complexity of neural networks : a survey. *Nordic Journal of Computing*, 1(1) :94–110, Spring 1994.
- [Orp97] Pekka Orponen. A survey of continuous-time computation theory. In D.-Z. Du and K.-I Ko, editors, *Advances in Algorithms, Languages, and Complexity*, pages 209–224. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [Pap01] Christos Papadimitriou. Algorithms, games, and the Internet. In *Proceedings of the 33rd Annual ACM Symposium on Theory of Computing : Hersonissos, Crete, Greece, July 6–8, 2001*, pages 749–753, New York, NY, USA, 2001. ACM Press.
- [Pat70] M. S. Paterson. Unsolvability in 3x3 matrices. *Studies in Applied Mathematics*, XLIX(1) :105–107, March 1970.
- [Poi95] Bruno Poizat. *Les petits cailloux*. aléas, 1995.
- [Pro] Team Protheo. Elan web site. <http://elan.loria.fr> .
- [PS94] M.A.L. Thathachar P.S. Sastry, V.V. Phansalkar. Decentralized learning of Nash equilibria in multi-person stochastic games with incomplete information. *IEEE transactions on system, man, and cybernetics*, 24(5), 1994.
- [PW98a] Alessandra Di Pierro and Herbert Wiklicky. An operational semantics for probabilistic concurrent constraint programming. In *Proceedings of the 1998 International Conference on Computer Languages*, pages 174–183. IEEE Computer Society Press, 1998.
- [PW98b] Alessandra Di Pierro and Herbert Wiklicky. Probabilistic concurrent constraint programming : Towards a fully abstract model. In Lubos Brim, Jozef Gruska, and Jiri Zlatuska, editors, *Mathematical Foundations of Computer Science 1998, 23rd International Symposium, MFCS'98, Brno, Czech Republic, August 24-28, 1998, Proceedings*, volume 1450 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 446–455. Springer, 1998.
- [PW98c] Di Pierro and Wiklicky. A Markov model for probabilistic concurrent constraint programming. In Jose L. Freire-Nistal, Moreno Falaschi, and Manuel Vilares Ferro, editors, *1998 Joint Conference on Declarative Programming, APPIA-GULP-PRODE'98, A Coruña, Spain, July 20-23, 1998*, pages 15–28, 1998.
- [PW00] Di Pierro and Wiklicky. Concurrent constraint programming : Towards probabilistic abstract interpretation. In *2nd International ACM SIGPLAN Conference on Principles and Practice of Declarative Programming (PPDP'00)*, pages 127–138. ACM Press, 2000.
- [RTY90] Reif, Tygar, and Yoshida. The computability and complexity of optical beam tracing. In *FOCS : IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS)*, 1990.

- [Rub89] L. A. Rubel. A survey of transcendentally transcendental functions. *American Mathematical Monthly*, 96(9) :777–788, 1989.
- [Sch77] P. Schultz. Mortality of 2x2 matrices. *American Mathematical Monthly*, 84(2) :463–464, 1977. Correction 85 :p. 263,1978.
- [Sha41] Claude E. Shannon. Mathematical theory of the differential analyzer. *Journal of Mathematics and Physics MIT*, 20 :337–354, 1941.
- [Sie95] Hava T. Siegelmann. Computation beyond the Turing limit. *Science*, 268 :545–548, 1995.
- [Sie96] Siegelmann. The simple dynamics of super Turing theories. *Theoretical Computer Science*, 168(2) :461–472, 1996.
- [Sie99] Hava T. Siegelmann. *Neural Networks and Analog Computation - Beyond the Turing Limit*. Birkhauser, 1999.
- [SK66] D. Scott and P. Krauss. Assigning probabilities to logical formulas. In J. Hintikka and P. Suppes, editors, *Aspects of Inductive Logic*. North-Holland, Amsterdam, 1966.
- [SM01] William H. Sanders and John F. Meyer. Stochastic activity networks : Formal definitions and concepts. In *Euro Summer School on Trends in Computer Science*, volume 2090 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 315–343, 2001.
- [Son95] E. Sontag. From linear to nonlinear : Some complexity comparisons. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2916–2920, New Orleans, December 1995. IEEE Computer Society Press.
- [SS94] Hava T. Siegelmann and Eduardo D. Sontag. Analog computation via neural networks. *Theoretical Computer Science*, 131(2) :331–360, September 1994.
- [Sub01] V.S. Subrahmanian. Probabilistic databases and logic programming. In *International Conference on Logic Programming*, volume 2237 of *Lecture Notes in Computer Science*, page 10. Springer-Verlag, 2001.
- [Tur36] Alan Turing. On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 42(2) :230–265, 1936. Reprinted in Martin Davis. *The Undecidable : Basic Papers on Undecidable Propositions, Unsolvability Problems and Computable Functions*. Raven Press, 1965.
- [Var82] M. Y. Vardi. The complexity of relational query languages. In *Proceedings of the 14th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, pages 137–146. ACM Press, 1982.
- [Var85] Moshe Y. Vardi. Automatic verification of probabilistic concurrent finite-state programs. In *26th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 327–338, Portland, Oregon, 21–23 October 1985. IEEE Computer Society Press.
- [Wei95] Jörgen W. Weibull. *Evolutionary Game Theory*. The MIT Press, 1995.

- [Wei00] Klaus Weihrauch. *Computable Analysis : an Introduction*. Springer, 2000.
- [WM94] N. Wilson and S. Moral. A logical view of probability. In *Proceedings of the 11th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'94)*, pages 386–390. John Wiley and Sons, 1994.
- [WWW89] David Weininger, Arthur Weininger, and Joseph L. Weininger. Smiles. 2. algorithm for generation of unique smiles notation. *Journal of Chemical Information and Computer Science*, 29(2) :97–101, 1989.