π ... et tout le reste :

Examen Final

Ilan Vardi

18 septembre, 2000

Réponses

1. Est-ce que la terre tourne autour du soleil ou est-ce que le soleil tourne autour de la terre?

Réponse : *Par rapport à la terre*, le soleil tourne autour de la terre.

Démonstration :

Le matin, le soleil se lève a l'est.

A midi, il est au dessus.

Le soir, il se couche a l'ouest.

La méthode scientifique (hypothèse soutenue par experience) démontre que le soleil tourne autour de la terre.

Question : Pourquoi est–ce que la majorité est convaincu du contraire?

Depuis “la révolution copernicienne” les sciences sont devenues contre–intuitives.

Les gens savent des choses qu’ils ne peuvent pas expliquer.

Je préfère savoir ce que je sais.

Quels faits intéressant pouvez–vous expliquer aux scientifiques anciens?

Quels faits intéressant pouvez–vous donner qu'ils ne savaient pas déja?

Par rapport aux étoiles immobiles, la terre tourne autour du soleil.

Les étoiles tournent ensemble autour de la terre environ une fois par jour.

Cela donne la *sphère* des étoiles.

Le soleil tourne aussi avec les étoiles.

Mais une fois moins par an.

Le soleil fait un tour de la sphère des étoiles par an.

Est-ce que les étoiles font des petits cercles à cause du mouvement de la terre?
(= parallaxe).

Aristarque (3ème siècle av. J.C.) propose que la terre tourne autour du soleil (œuvre perdue).

Archimède (3ème siècle av. J.C.). utilise l'hypothèse d'Aristarque.

Ptolémée (2ème siècle) développe un modèle géocentrique très précis.

Un modèle pratique pour les observations.

Copernic (1543) propose un modèle similaire à celui de Ptolémée mais avec la terre tournant autour du soleil.

Son modèle est moins precis et n'est pas basé sur la physique.

Kepler (1618–1621) propose un modèle héliocentrique basé sur sur des lois simples.

Galilée (1633) est condamné par l'inquisition.

Il a démontré que Venus tourne autour du soleil (déja proposé par les grecs anciens) et que Jupiter a des satellites.

Newton (1687) prouve les lois de Kepler en utilisant ses lois du mouvement et la théorie de la gravitation.

Bessel (1837–1840) observe la parallaxe des étoiles.

2. Est-ce que la terre est ronde?
Quelle est la démonstration?

Réponse : Oui, elle est ronde.

Démonstrations :

Connus par tout les marins : Les objets (bateaux, montagnes) disparaissent sous l'horizon.

Aristote (4ème siècle av. J.C.). L'ombre de la terre pendant une eclipse lunaire.

Ptolémée Si la terre etait plate (cube, pyramide) le soleil se coucherait en même temps pour tout le monde.

Mais, le coucher de soleil est different selon l'est ou l'ouest.

Les étoiles du sud ne sont pas visibles dans le nord.

Érastothène (3ème siècle av. J.C.) Circonférence de la terre = 250000 stades (40000 kilomètres).

3. Classez par ordre du plus petit au plus grand (avec preuves) :

(a) terre, (b) lune, (c) soleil.

Réponse : lune, terre, soleil.

Preuve : La lune est plus petite que le soleil.

Eclipse du soleil.

La lune est devant le soleil mais couvre le même angle.

Dans une *eclipse annulaire* du soleil la lune ne couvre pas le soleil.

Malaisie, le 24 août, 1998.

La lune est plus petite que la terre

Eclipse de la lune.

L'ombre de la terre recouvre toute la lune.

On peux aussi éstimer la coube de l'ombre de la terre.

Hipparque Diamètre de la lune = ,36 diamètre de la terre

Ptolémé Diamètre de la lune = ,29 diamètre de la terre

Réalité Diamètre de la lune = ,27 diamètre de la terre

La diamètre de la lune est au moins
un quart du diamètre de la terre.

Soleil est plus grand que la terre (difficile).

Le soleil est au moins 8 fois plus éloigné que la lune.

Donc le diamètre du soleil est au moins 8 fois celui de la lune.

Donc le diamètre du soleil est au moins 2 fois celui de la terre.

Hipparque Diamètre du soleil $= 6\,\frac{3}{4}$ diamètres de la terre.

Ptolémé Diamètre du soleil $= 5\,\frac{1}{2}$ diamètres de la terre.

Réalité Diamètre du soleil $= 108,9$ diamètres de la terre.

Idée d'Aristarque. La moitié lune.

Estimation de l'angle.

Les distance du soleil et de la lune sont proportionelles à leurs diamètres.

$Observation > 83°$ (soleil est 8 fois plus éloigné).

$Aristarque$ $87°$ (soleil est 19 fois plus éloigné).

Valeur réelle $89°50'$ (soleil est 382 fois plus éloigné).

A la moitié lune, le soleil se couche quand la lune est au dessus.

4. Est-ce que la matière est composée d'atomes ou est–elle continue? Quelle est la démonstration?

Réponse : A vous de découvrir.

5. Un jour = 24 heures. Quelle phénomène physique est mesuré par cette durée?

Réponse : Le temps moyen pour que le soleil tourne une fois autour de la terre.

= Le temps, en moyenne, que le soleil revienne tout à fait au sud (midi).

La terre tourne *par rapport aux étoiles* donc

Un tour de la terre

= un tour des étoiles par rapport à l'observateur terrestre.

365.25 tours pour chaque jour + 1 pour le tour autour du soleil.

(Etoiles d'hiver, étoiles d'été, etc.)

La terre tourne une fois.

Mais a aussi tourné autour du soleil.

Un tour de terre est plus court qu'un jour

23 heures, 56 minutes.

La durée du jour solaire est plus courte aux équinoxes et plus longue aux solstices.

D'apres le jour solaire, le 21 décembre est le jour le plus long.

La différence entre le vrai midi et le midi civil

=

l'équation du temps.

Importante pour les cadrans solaires.

6. Un an = 365,24219 jours. Quelle phénomène physique est mesuré par cette durée?

Réponse : Le retour des saisons.

Un an est le temps, en moyenne, pour le retour de l'équinoxe du printemps

équinoxe = moment où le soleil est exactement entre le pole nord et le pole sud.

L'année est decalée de 20 minutes par ans par rapport à l'orbite de la terre autour du soleil.

Retour du soleil à la même étoile = 1 an + 20 minutes.

La précession des équinoxes

Découverte de *Hipparque* (2ème siècle av. J.–C.).

Un cycle de 26000 ans.

7. Quel est votre signe astrologique?

Réponse :

Les étoiles traversées par le soleil sont le *zodiac.*

Signe astrologique = Constellation où se trouve le soleil.

L'astrologie a été établie par Ptolémé il y a 1800 ans.

Le décalage est ignoré par les astrologues.

Il y a 28 jours de décalage entre l'astrologie et la "vraie" astrologie.

8. En 1897 l'état d'Indiana (États–Unis) a essayé de faire approuver une loi définissant que $\pi = 3$. Prouvez qu'ils avaient tort.

La définition de π est : $\dfrac{\text{circonférence d'un cercle}}{\text{diamètre du cercle}}$.

Réponse : En 1897, le docteur Edwin J. Goodwin de Solitude, Indiana a proposé cette loi.

(ou $\pi = 3,2$ ou $16/\sqrt{3}$.)

Il accorde celle–ci gratuitement, même après

avoir resolu la trisection de l'angle, la duplication du cube et la quadrature du cercle avec règle et compas.

La loi a été examinée par le comité des marécages, de l'éducation, et tempérance, et a été recomendée.

Elle a passé le House of Representatives.

Elle aurait sûrement passé le Sénat.

Mais le Professeur C.A. Waldo de l'Université de Purdue

visitant Indianapolis a découvert l'erreur et a sauvé l'honneur de l'etat.

Inscrire un hexagone régulier dans un cercle de diamètre 2.

Le périmètre de l'hexagone est 6 puisque qu'il est composé de 6 triangle équilatères.

Puisque une ligne droite est la distance la plus courte entre deux points

Circonférence du cercle est > 6.

Diamètre du cercle $= 2$.

$$\frac{\text{circonférence du cercle}}{\text{diamètre du cercle}} > \frac{6}{2} = 3\,.$$

Donc $\pi > 3$.

9. Calculez le premier chiffre significatif de π (donc $\pi = \underline{\mathbf{3}}, 14\ldots$).

C'est à dire, prouvez que $3 < \pi < 4$.

Réponse : Archimède a prouvé que $\pi = 3,14\ldots$.

Dans *La Mesure du Cercle* il a démontré que

$$3,1408450\ldots < 3\,\frac{10}{71} < \pi < 3\,\frac{1}{7} = 3,142857\ldots$$

en utilisant des polygones de 96 cotés.

Le 20 septembre 1999, Y. Kanada a calculé 206 158 430 208 chiffres de π.

Il a utilisé un algorithme de Borwein et Borwein et le calcul a duré 46 heures sur un Hitachi SR8000 (superordinateur avec 1024 processeurs).

$\pi > 3$ a été démontré.

Il faut démontrer que $\pi < 4$.

Un cercle de diamètre 2 dans un carré de coté 2.

Circonférence du cercle est plus petite que le périmètre du carré $= 8$.

Donc $\pi < \frac{8}{2} = 4$.

10. Prouvez que π existe. Que doit–on prouver? C'est à dire, qu'elle sont les hypothèses et théorèmes cachés dans la définition de π?

Réponse : La définition de π est un théorème

Théorème : *La circonférence d'un cercle est proportionelle à son diamètre.*

Donc, la valeur de π est indépendante du choix du cercle.

Preuve dans "Le fascinant nombre π"

Par Jean–Paul Delahaye.

Mais, il faut aussi prouver

que la circonférence d'un cercle n'est pas infinie.

Les *fractales* sont des courbes de longueur infinie.

La preuve que $\pi < 4$ a une faille.

Pourquoi est–ce que circonférence du cercle $<$ périmètre du carré?

Archimède : le prend comme postulat.

Deux courbes convexes, l’intérieure est plus courte.

Mais, c’est facile à prouver.