École polytechnique — Majeure informatique
Promotion 2001

Cours de conception et analyse d'algorithmes
Devoir 3 – Programmation linéaire
A rendre le mercredi 11 février, en début de Petite Classe

Quand on vous demande un algorithme, vous devez fournir : une brève description informelle, une description précise avec pseudo-code, une preuve de terminaison et de validité, et une analyse de complexité.

Une compagnie possède deux mines d'où l'on peut extraire un minerai qui, après transformation, est classé selon une échelle de qualité, comme étant de qualité extra (1), supérieure (2), ou standard (3). Cette compagnie a un contrat avec une fonderie afin de lui fournir chaque semaine 12 tonnes de minerai de qualité extra, 8 tonnes de minerai de qualité supérieure, et 24 tonnes de minerai de qualité standard. Les deux mines ont les caractéristiques suivantes.

Mine 1 : coût d'extraction 180000 euros par jour ; production quotidienne : 6 tonnes de minerai extra, 3 tonnes de minerai supérieur, 4 tonnes de minerai standard.

Mine 2 : coût d'extraction 160000 euros par jour ; production quotidienne : 1 tonne de minerai extra, 1 tonne de minerai supérieur, 6 tonnes de minerai standard.

Le problème est de décider combien de jours par semaine la compagnie doit ouvrir chacune des mines afin de remplir son contrat tout en minimisant ses coûts (on suppose qu'il est également possible de n'ouvrir une mine qu'une fraction de journée).

Formuler ce problème comme programme linéaire.

Donner une solution optimale (on ne vous demande pas de détailler les étapes de votre construction, mais seulement de donner la solution finale).

Démontrer que cette solution est optimale, par un argument de votre choix.