Retranscription intégrale du document II/25 du fonds Jacobi.

F. Ollivier (CNRS)
LIX FRE CNRS 2341
École polytechnique, F-91128 Palaiseau CEDEX
Mél francois.ollivier@lix.polytechnique.fr.

4 février 2007

Le document II/25 du fond Jacobi est constitué en fait de plusieurs documents distincts, tous de la main de Borchardt. Nous avons, d'une part, une table des matières suivie de bribes (termes à définir, une ligne mystérieuse $(ik)(kl)(lm)(mi)$), puis d'un résumé en allemand du contenu de l'article, de la main de Borchardt, avec en marge un redécoupage du texte en section. Cette note marginale en kurrentschrift resemble à indication typographique semblable dans le document suivant. Les pages 14 a et 14 b sont le recto et le verso d'un même feuillet et référencées dans la table des matières. Très travaillé, avec de nombreux ajouts et ratures, ce texte ne semble pas l'œuvre d'un copiste. Seule la dernière formule suivie de « ubi, etc. » se trouve p. 503. L'abbréviation « etc » suggère une insertion destinée à établir une transition entre deux fragments du texte original, ce qui est compatible avec la fin du second feuillet : « ubi etc. » qui pourrait indiquer la fin d'une insertion. Ce texte n'est pas sans rappeler les ajouts de Borchardt en marge de la transcription de Cohn [II/13c] qui servit de base à l'article *De investigando...* Il comporte aussi une indication typographique de la même main. Néanmoins, ce texte ne se retrouve pas dans la version publiée du § 3 de De aequationum[1].

Ce texte et le résumé contenu dans la notices doivent être confrontés au manuscrit [II/23b] qui, selon la lettre de Cohn [II/13a] en a fourni la matière.

[1]Il commence par la mention § 6 qui correspond au début du § 3 dans le redécoupage effectué par Borchardt. *Cf. infra*

Nous indiquons les limites de pages des documents d'origine par des trait horizontaux centrés, ou par des sections et sous sections.

Dans les limites de la lisibilité des manuscrits, l'orthographe d'origine a été conservée, qui peut différer de celle actuellement en usage, *e. g.* Theil, sämmtlich, etc. Il est en revanche possible que cette transcription comporte des erreurs de lecture ou de frappe. Nous prions le lecteur de bien vouloir nous en excuser et de nous les signaler.

1 Table des matières de la main de Borchardt

Disposition
De aequationum differentiamium systemate
Ad formam normalem revocando

(Es existiren zwei Ausarbeitungen die mit Cn[2] und Bt bezeichnen werden)

Bt Einleitung p. 1a aus Bt dann folgt

Cn § 1 p. 1–4 ist sehr zu überlegen. Wäre vielleicht besser ganz vorzulassen.[3]
Cn § 2 p. 4–6a Enthält die Reductio brevissima.
Cn § 3 p. 6a–10 11 und 11a wenige Zeilen Aus einem Canon den simplic. zu finden.
Cn § 4 p. 11a–15 Eintheil. in 3 Klassen. liefert d. can. simpl.
Bt § p. 5–8
Bt p. 9 Von Si secundum bis adhibitas esse[4]
Bt p. 11 Eum termini bis p. 12 max. fit 508[5]
p. 13 Ut bis inventum
Bt p. 14a[6], 14b[7], 15, 16, 17 bis it brevissimam
Bt p. 17 unten, 18, 19 etc — bis 25 tradidi[8] (*Eine* Diff. gl.)
Bt p. 25 unten Jam etc. 26 27 Conclusion

[2]Sigismund Cohn ?
[3]Ligne entièrement barrée au crayon.
[4]P. 497, l. -13.
[5]P. 500, l. 12.
[6]Voir sous-section 4.1.
[7]Voir sous-section 4.2.
[8]P. 512, l. 10

2 Liste de termes à définir, et bribes au crayon

Definitionen

$$\left.\begin{array}{l}\text{canon}\\ \text{canon simplic.}\\ \text{series immutate}\\ \text{series} = \text{series horiz.}\\ \text{max.} = \text{max. in vert.}\\ \text{max. seriei} = \text{term. seriei}\\ \qquad\qquad\quad \text{in sua vert. max.}\end{array}\right\}\ p.\ 7$$

$(ik)(kl)(lm)(mi)$

3 Notes de Borchardt

Beim Drück wird? es gut die Eintheilung folgen **illisible illisible**

§ 1 u. 2	§ 1
§ 3, 4, 5	§ 2
§ 6	§ 3
§ 7, 8, 9	§ 4
§ 10	§ 5

§ 1 Die vorgelegten Diffgl. $u_i = 0$ ($i = 1$ bis $i = n$) enthalten die variablen x_κ ($i = 1$ bis $i = n$) und zwar kommt x_κ in u_i bis zum Differential der Ordnung $a_{i,\kappa}$ vor. Dann ist die Ordnung des systems

$$\mathcal{O} = a_{i_1,1} + a_{i_2,2} + \cdots + a_{i_n,n}$$

wo i_1, i_2, …, i_n eine permutation von 1, 2, …, n und $\mathcal{O}$ der grösste Werth der Transversal-summe. (p. 1) dies ist Theor. 1.

Um der vorgelegte system zu reducieren werde $u_i = 0$ ℓ_i mal differentiirt, so gibt es nur *eine* Reduction (*brevissima*) für welche jedes ℓ_i einem kleinsten Werth hat. (p. 2)

Problem. Die Reductio brevissima zu finden, d. h. bei gegebenen nn Zahlen a die kleinsten Zahlen ℓ_i zu finden.

Lösung. Die Zahlen $a_{i,\kappa}$ werden in ein quadratischen system abgesetzt. In jedem verticalen wird sein maximum oder seine maxima, wenn mehrere Zahlen denselber höchsten Werth haben gesucht. In jeder Horizontalen, in der kein maximum sein sollte, wird die kleinste Zahl addirt, welche einen ihrer Terme einem max. derselben Vert.

gleich macht. Durch diese Praeparation wird A in B verwandelt, $a_{i,\kappa}$ in $b_{i,\kappa}$.

In B wird die grösste Anzahl von maxima transversalia gesucht gibt es mehrere dergleichen Syst. gleicher Anzahl, so wird eins willkürlich genommen. Die Horizontalen und Verticalen denen dieselben angehören heissen H, V ; die übrigen H', V'. Die ausgewählten Transversalmaxima und die maxima in V' werden mit Steren versehen. Die Terme welche den *Stellati* in derselben verticalen gleich sind werden *unterstrichen*.

In der Horizontalen h_1 sei ein terminus *stellatus*, in dessen Verticale ein *subnotatus* d. h. dem ersten gleicher, der zur Horizontalen h_2 gehört, in h_2 sei wieder ein stellatus in dessen verticalen sei ein *subnotatus*, der zu h_3 gehört etc. Kommt man es fortfahrend zu h_α, so wird dies so ausgedrückt : es giebt einen transitus von h_1 zu h_α. (h_1, h_2, $\ldots h_{\alpha-1}$ müssen alle zu H gehören h_α kann zu H oder H' gehören denn die stellati sind alle in H.) Ist in h_1 ein zweiter stellatus, so giebt es keinen Uebergang zu H', denn sonst wäre das ausgewählte System der maxima transversalia nicht von grösster Anzahl gewesen. In $H'V'$[9] kann es ebenfalls kein maximum gehen aus denselben Grund.

Nun wird B in 3 Klassen getheilt

Erste Klasse Alle Horizontalen mit mehr als einem stellatus und alle durch transitus damit verbundenen Horizontalen, sämmtlich zu H gehörig.

Zweite Klasse Alle Horizont. H die nicht erster Klasse und von denen ein transitus zu H' nicht stattfindet

Dritte Klasse Alle Horizont. H von denen ein transitus zu H' stattfindet und alle Horizont. H'.

Nun wird zu allen Horizont. 3$^{\text{ter}}$ Klasse dieselbe quantität addirt und zwar die kleinste derartige, dass ein term 3$^{\text{ter}}$ Klasse einem der anderen Klassen gleich wird. Wird er einem 2$^{\text{ter}}$ Kl. gleich, so verringert sich die zweite Kl. um eine Horizont. welche zur 3$^{\text{ter}}$ Kl. übergeht. Wird er einem 1$^{\text{ter}}$ Kl. gl., so ist dadurch die Vermehrung der Anzahl der Transversal Maxima um eine Einheit gegeben. Da der letztere Fall spätestens nach Erschöpfung der 2$^{\text{ter}}$ Kl. eintreten muss, so gelangt man also durch die gegebene Operation immer zur Vermehrung der Transversalmaxima also schliesslich zu einem systema completum, womit das Problem gelöst ist. (p. 1–5)

---

[9] Il s'agit de l'intersection des lignes de H' et des colonnes de V'.

§ 2 Beispiel (p. 5-8)

§ 3 Aus dem gegebenen Schema der $a_{i,\kappa}$ ist durch addition eines Systems von Größen ℓ_i ein canon der $p_{i,\kappa}$ gebildet. Ist dieser Canon der simplicissimus?

Regel. Unter den ℓ's müssen gewisse $= 0$ sein. Die zugehörigen Horizontalen nenne ich S_1. In S_1 suche ich die subnotatos, zu ihnen in derselben Verticalen die stellatos. Die Horizontalen derselben die von S_1 verschieden sind, nenne ich S_2, hierin suche ich die subnotatos, zu ihnen die coverticalen stellatos. Die horizontalen derselben, die von S_1, S_2 verschieden sind nenne ich S_3 etc. Werden auf diese Weise die Horizontalen alle erschöpft, so ist der canon der simplicissimus. Werden sie nicht erschöpft, so zieht men von allen übrig bleibende die kleinste Zahl ab, durch welche von den bereits gebildeten Gruppen zu einer der übrig bleibenden Horizontalen ein Fortgang gegeben wird. Indem man so fortfährt kommt man zu dem simplicissimus.

Regel der simplicissimus zu erkennenn (8–9) Beispiel

Regel aus irgend einem canon den simplicissimus abzuleiten (p. 9–10) Jedes complete System von Transversalmaxima in irgend einem aus A abgeleitenen Canon giebt eine Lösung für die grösste in A mögliche Transversalsumme. Die completen Syst. von Transversalmaxima erhält man so. Man setze in dem aus A derivaten canon alle Terme $= 0$ ausser den sstellatis und subnotatis. Jeden Glied der nun übrig bleibenden Determinante enspricht ein System von Transversalmaxima. (P. 10–11)

§ 4 Beispiel (p.11–12)

§ 5 Wenn in dem gegebenen Quadrat A ein System von Transversal termen bekannt ist, deren summe das Maximum ist, wie findet man hieraus die kleinsten Zahlen ℓ_i, durch deren Addition zu den horizontalreihen A in den canon simplicissimus verwandelt wird?

Regel. Das gegebene System von transversaltermen wird mit Sternen versehen. Wird ein terminus stellatus der Horizontalen h angehörig in seiner Verticalen von einem Term übertroffen und zwar von dem größten der verticalen um α, so werden alle Terme von h um α vermehrt und die neueReihe für h substituirt. Indem man von h zu den übrigen Horizontalen fortgeht, und von diesen, wenn es nöthig ist, zu den früheren zurück; gelangt man nach einer endlichen Anzahl von Operationen zu dem Canon simplicissimus (p. 12)

Beispeil dazu (P. 13). Hierdurch kann man auch wenn *ein* completes System von Transversal Maxima gegeben ist, die übrigen finden. Die in § 5 gegebene Regel giebt auch eine kürzere Lösung des in § 3 behandelten Problem.[10]

§ 6. Anwendung der bisherigen Zahlenproblems auf das in § 1 aufgestellte System simultaner Differentialgleichungen. Jedes complete System von Transversalmaxima giebt eine Normalform, auf welche sich das gegebene System Diffgl. reduciren läßt. Die einzelnen Zahlen, welche das System der Transversalmaxima bilden, zeigen die Ordnung der Differentiale an, bis auf welche die einzelnen Variablen in der Normalform steigen. Soviel complete Systeme von Transversalmaxima in dem Quadrat A existiren, auf soviel verschiedene einfachste Normalformen kann man das gegebene System reducieren (p. 14, 15) Die Größen ℓ_i geben die niedrigste Anzahl von Differentiation welche man für die Gleichungen $u_i = 0$ auszuführen hat, um eine Normalform daraus herzuleiten. Anwendung auf ein System von 10 Gleichungen u, welche dem Quadrat A entsprechen. Dasselbe läßt sich auf 4 verschiedene niedrigste Normalformen reduciren. (p 16, 17). Sowie aus irgend einem

---

aus dem Quadrat A derivirten Canon der simplicissimus hergeleitet wurde, so kann man aus irgend einer Normalform, die aus dem System der u's entspringt, die reductio brevissima herleiten. Das Letztere ist nur die Anwendung des Ersteren. (p. 17)

§ 7. Das System der Differentialgleichungen $u = 0$ ist gegeben. Man will daraus dasjenige Normalsystem herleiten in welchen außer t nur eine Variable x_κ vorkommt, während die übrigen x's durch t, x_κ und dessen Differentiale (die aber nicht bis zum höchsten in der Diffgl. zwischen t und x_κ vorkommenden steigen) auszudrücken sind. — Regel dies System aus dem Canon simplicissimus, der aus A herrührt, abzuleiten. (p 17–19).[11] Diese Regel ist folgende :

Regel. A' sei der aus dem Quadrat A hergeleitete Canon simplicissimus. In A' suche man den terminus stellatus der κ^{ten} Verticalen derselbe stehe in der i^{ten} Horizontalen. In der i^{ten} Horizontalen sucht man die termini subnotati. Von jedem subnotatus geht man zu dem

[10] Phrase insérée après coup entre deux lignes.

[11] Début de phrase barré : "Der in der κ^{ten} Verticalen stehende terminus"

stellatus derselben Verticalen über,[12] der in der i^{ten} Horizontalen liege u.s.w. Alle Horizontalen, zu welchen auf diese Weise von der i^{ten} ein transitus möglich ist, heissen der i^{ten} annexae. Diese Horizontalen, die i^{te} und die derselben annexae werden alle um dieselbe und zwar kleinste Zahl der Beschaffenheit vermehrt, daß ein Term derselben, der weder stellatus noch subnotatus ist, dem in seiner Verticalen stehenden stellatus gleich wird. Hierdurch ist zu den seriebus i^{tae} annexis eine hinzugefügt. Diese Operation wird solange forgesetzt, bis alle Horizontalen der i^{ten} annextirt sind.

Das so aus A' gebildete Quadrat heisse A'' oder, wenn die Operation für verschiedene Variablen x_κ ausgeführt wird, A''_κ.

Aus diesem Canon A''_κ der schon nicht mehr der simplicissimus ist, wird nun ein neuer gebieldet. Der terminus stellatus in A''_κ, welcher die κ^{te} Verticale und die κ^{te} Horizontale einnimmt, also derselbe, von dessen Ort in A' ausgegangen wurde, heisse S_κ. Das Maximum der Transversalterme in A heisse wie gewöhnlich $\mathcal{O}$. Dann vermehre man alle Terme des Quadrats A''_κ um $\mathcal{O} - S_\kappa$, so daß an die Stelle des derminus stellatus S_κ jetzt $\mathcal{O}$ tritt. Das so entstehende Quadrat heisse A'''_κ.

Die Zahlen um welche man die Horizontalreihen von A vermehren muß um A'''_κ zu erhalten, gebebn an, wie oft man die inzelnen Gl. $u = 0$ differenziren muß.

§ 8. Beispiel dazu. Das frühere Beispiel eines Systems mit 10 abhängigen Variablen x wird für das vorliegende Problem durchgeführt. Für $\kappa = 6$ wird zunächst aus dem Canon simplicissimus A' (das frühere H) A'' abgeleitet und hieraus A'''.

Bezeichnet man mit $h_1^{(\kappa)}$, $h_2^{(\kappa)}$, $\ldots h_m^{(\kappa)}$ die Zahlen, um welche die einzelnen Horizontalen von A vermehrt werden müssen, um A''_κ daraus herzuleiten und, wie oben, unter S_κ den in A''_κ in der κ^{ten} Verticalen stehenden terminus stellatus, so werden für alle 10 Werthe von κ die Werthe von $h_1^{(\kappa)}$, $h_2^{(\kappa)}$, $\ldots h_{10}^{(\kappa)}$ und S_κ berechnet (p. 19–22)

§ 9 Theorem. Wenn man von dem Quadrat m^{ter} Ordnung A''_κ die κ^{te} Verticale und irgend eine Verticale[13], die wir die i^{te} nennen wollen, fortlässt, so haben die so entstehenden m Quadrate $m - 1^{\text{ter}}$ Ordnung alle dieselbe Maximums

[12] Barré : "u.s.w"

[13] Il faut lire « Horizontale »

Transversalsumme. Sie ist um S_κ niedriger als die Maximums Transversalsumme von A''_κ. (p. 22, 23)

Mit Hülfe dieses Theorems findet sich das Resultat, daß wenn man von dem ursprüngglichen Quadrat A die κ^{te} Verticale und i^{te} Horizontale fortlässt, das übrig bleibenden Quadrat die Maximums Transversalsumme $\mathcal{O}-S_\kappa+h_i^{(\kappa)}$ hat. (p. 23, 24)

Aber $\mathcal{O}-S_\kappa+h_i^{(\kappa)}$ is die Zahl um welche die i^{te} Horizontale von A vermehrt muß, um A'''_κ hieraus herzuleiten. Daher hat man für das § 7 gelößte Problem die neue elegantere Lösung :

Regel. Um das System der Differentialgleichungen $u_1 = 0$, $u_2 = 0$, $\ldots u_m = 0$ auf eine einzige Differentialgleichung zwischen t und x_κ zurückzuführen, denke man sich von dem Zahlen Quadrat m^{ter} Ordn. die κ^{te} Verticale und irgend eine Horizontale, die i^{te} fortgelassen. In dem übrigbleibenden Quadrat $m-1^{\text{ter}}$ Ordn. sei $b_{i,\kappa}$ die Maximums Transversalsumme, sodaß $b_{i,\kappa}$ zugleich als die Ordnung desjenigen Systems von $m-1$ simultanen Differentialgleichungen definirt werden kann, welches aus dem vorgelegten entsteht, wenn die Gl. $u_i = 0$ fortläßt und in den übrigen x_κ constant setzt. Dies vorausgesetzt, so is $b_{i,\kappa}$ die Zahl, welche anzeigt, wie oft man $u_i = 0$ differentiiren muss, um aus dem vorgelegten System durch bloß Eliminationen die gesuchte Diffgl. zwischen t und x_κ herzuleiten. (p. 24, 25)

§ 10 In besonderen Fällen kannn es vorkommen, daß die Ordnung des vorgelegten Systems nicht die Ordnung $\mathcal{O}$ erreicht, welche durch die größte Transversalsumme des Quadrats A bezichnet wird. Analytische Bedingung dafür, daß dieser Ausnahmefall eintritt. (p. 25–27)

4 Deux pages d'un manuscrit de la main de jacobi

Ceci semble une rédaction antérieure de *De aequationum* § 3, probablement de la main même de Jacobi, le nombre de passages barrés et réécrits de la même main excluant un travail de copiste.

Ce texte ne se retrouve pas dans la version publié, sauf éventuellement sa dernière formule. Si le texte du § 3 a été tronqué, c'est sans doute l'œuvre des éditeurs, car ce feuillet figure dans la table des matières de Borchardt (voir section 1).

4.1 Page 14 a

§ 6

Posquam disquisitionem de quadrato numerorum ad canonem reducendo absolvi redeo[14] ad systema aequationum differentialium in § propositarum:

illisiblemuß x_κ und $a_\kappa^{(i)}$ ebenfalls? auf dem laufenden? text? heraustreten(?)[15]

$$u_1 = 0, u_2 = 0, \ldots, u_n = 0^{16}$$

in quarum aequationum i[ta] $u_i = 0$ variabilium dependentium unamquamque x_κ cum ejus differentialibus variabilis independentis t respectu sumtis usque ad ordinem $a_\kappa^{(i)}$ ascendentibus reperiri supposui.

Aequationem $u_i = 0$ differentiemus $\ell^{(i)}$ vicibus iteratis qui numeri $\ell^{(i)}$ positivi aut evanescentes supponuntur et omnes

$$L = \ell' + \ell'' + \cdots + \ell^{(n)}$$

aequationes quas e propositis derivamus nomine aequationum *auxiliarium* designemus.

[14]Le manuscrit a « absolvimus redeamus », corrigé.

[15]Cette note marginale est de la même main. En dépit de la différence des lettres latines et allemandes, il est visible que x_κ et $a_\kappa^{(i)}$ sont tracés de façon exactement semblable.

[16]Cette équation est suivie de 8 lignes barrées, comportant elles-mêmes surcharges et ratures : « (in quarum aequationum i^{ta} $u_i = 0$)[inséré entre l'équation et la ligne débutant par « Variabilium »] Variabilium (x_1, x_2, $\ldots x_n$)[texte inséré] *unamquamque*[unaquaeque corrigé] x_κ[barré] cum ejus differentialibus has aequationes tali mod[texte supposant le nominatif, probablement barré avant ce qui suit, où le choix d'une proposition infinitif implique l'accusatif] cum ejus differentialibus (variabilis independentis t respectu sumtis)[insertion] usque ad ordinem $a_\kappa^{(i)}$ ascendentibus in aequatione $u_i = 0$ reperiri supposui. Quantitates ℓ, ℓ' $\ldots\ell^{(n)}$ vocavi numeros tales qui horizontalibus diversis numerorum $a_\kappa^{(i)}$ additi, numeros

$$p_\kappa^{(i)} = a_\kappa^{(i)} + \ell^{(i)}$$

canonem formantes efficient »

Sit

$$\mathcal{O}\bar{a}_1^{(i_1)} + a_1^{(i_1)} + \cdots + a_n^{(i_n)}$$

aggregatum transversale maximum (sive maximorum unum) qui e numeris $a_\kappa^{(i)}$ formari potest.

His positis[17] si numeri $\ell^{(i)}$ ita electi sunt ut numerorum

$$p_\kappa^{(i)}\bar{a}_\kappa^{(i)} + \ell^{(i)}$$

formet(sic)[le mot, barré, est souligné d'un trait ondulé] quadratum canonem, jam in commentatione de multiplicatore etc. (§ 33)[18] exposui, quomodo operationibus successivis ad aequationes $n + L$ propositas et auxiliares applicandis uniusquisque variabilis x_κ differentialia ordinum $a_\kappa^{(i)} + 1$, $a_\kappa^{(i)} + 2$ etc. $a_\kappa^{(i)} + \ell^{(i)}$[19] eliminantur, sicut omnibus his L differentialibus eliminatis systema *normale* aeq. diff. ordinis $\mathcal{O}$ eruatur, in quo variabilis x_κ differentialia usque ad ordinem $a_\kappa^{i_\kappa}$ reperiantur. Talem eliminationem

4.2 Page 14 b

institui non posse, nisi numeri $p_\kappa^{(i)}$ canonem constituant facile intelligitur. Nam si numeri $p_\kappa^{(i_\kappa)}$ non constituent canonem, valores indicis κ dantur pro quibus $p_\kappa^{i_\kappa}$ non est altissimus suae verticalis terminus, sive quod idem est $p_\kappa^{i_\kappa}$ non altissimus ordo ad quem differentialia variabilis x_κ ascendunt. Quamobrem inter $n+L$ aequationes propositus et auxiliares majorem differentialium numerum quam L[20] eliminare opus esset ut ad systema aeq. diff. ordinis $\mathcal{O}$ perveniatur. Quod cum fieri nequeat, numeros $p_\kappa^{(i)}$ canonem constituere opus est[21].

Unde si numerorum ℓ', ℓ'' $\ldots \ell^{(n)}$ unaquaeque $\ell^{(i)}$ indicat quot vicibus iteratis aequatio $u_i = 0$ differentianda sit, ut obtineantur aequationes auxiliares quarum adjumento per solas eliminationes systema propositum ad aliud normale reduci possit, hi numeri ℓ', ℓ'' $\ldots \ell^{(n)}$ ipsi sunt, qui horizontalibus quadrati A additi canonem efficiunt. Itaque *unicus* extat *modus* qui

[17] Texte barré : « jam in commentatione de multiplicatore etc. § 33 exposui, quando »

[18] Voir p.372 du Journal de Crelles. Cette numérotation de section n'a pas été reprise dans les œuvres complètes

[19] Il faut lire $a_\kappa^{(i_\kappa)}$ et ℓ_{i_κ}.

[20] Il faut comprendre $n + L$.

[21] Suit le début barré d'un nouveau paragraphe : « His omnibus rite perpensis, intelligitur, numeros $\ell^{(i)}$ »

paucissima differentiationes poscat, scilicet in quoque alio modo aequationum differentialium propositarum aliquot vel omnes pluribus vicibus iteratis quam in illo differentiandae sunt, nec in illo alio modo fieri potest ut aequationum differentialium una paucissimis vicibus differentietur.

Modum illum expeditissimum insigniamus nomine *brevissimae reductionis.* Differentiationum iteratarum ad eam reductionem brevissimam necessariarum numeri ℓ', ℓ'' $\ldots \ell^{(n)}$ ipsi sunt, qui ad *canonem simplicissimum* pertinent.

Aequationes differentiales forma normali gaudentes ad quas propositarum systema (per bervissimam reductionem revocantur)[22], sint sequentes

$$x_1^{(a_1)} = X_1 \qquad\qquad x_n^{(a_n)} = X_n$$

ubi etc.[23]

[22]Insertion marginale remplaçant « reducitur », barré.

[23]On retrouve ici la formule de *De aequatione* p. 503, également suivi du mot *ubi.* S'agit-il d'un développement du début du § 3 non retenu pour la publication ?