

Traduction partielle du document II/24 du fonds Jacobi.

F. Ollivier (CNRS)
LIX FRE CNRS 2341

École polytechnique, F-91128 Palaiseau CEDEX
Mél `francois.ollivier@lix.polytechnique.fr`.

4 février 2007

Le document II/24 du fond Jacobi est constitué de 11 pages en latin d'une main inconnue. L'écriture latine est très lisible. Le copiste a peut-être une connaissance approximative de la langue, car certaines fautes semblent moins dues à une distraction qu'à l'incompréhension du texte.

Le manuscrit commence par le début du « De aequationum. . . » La première section porte le titre « De investigando. . . » et se poursuit avec le texte de cet article.

Des notes marginales au crayon indiquent la correspondance avec les pages de [GW-V].

*De la mise en forme
normale d'un système d'équation non normal*¹²

Dans mon article « Theorie du dernier multiplicateur etc'' (§§ 32, 33, vol. 29 de ce journal)³ j'ai déjà traité de la différence qui intervient entre un système d'équations différentielles *normal* et *non normal*. J'ai appelé *normal* un système possédant une forme telle que les dérivées les plus hautes de chaque variable dépendante puissent être prise comme inconnue, dont les valeurs sont déterminées par les équations différentielles elles-mêmes. J'ai

¹Les passages en italiques sont soulignés dans le manuscrit d'origine.

²Note au crayon :« V S. 485 »

³Cette précision nous indique que ce texte était destiné au Journal de Crelle.

observé qu'un système *non normal* ne peut être ramené en forme normale qu'après des dérivations et éliminations déterminées. Réserveant une plus longue exposition de cette réduction pour une autre aoccasion, je n'en ai exposés que les éléments qui sont exigés pour déterminer le multiplicateur des équations différentielles *isopérimétriques*⁴.

Mais il vaut la peine d'exposer toute cette question avec précision. Dans cette recherche, je suis parvenu à certaines propositions générales que l'on verra combler une lacune de la théorie des équations différentielles ordinaires et dont j'indiquerai ici les plus importantes.

1

*De la recherche de l'ordre d'un système d'équations différentielles
ordinaire quelconque*⁵

Le système d'équations différentielles présente une forme non normale, quand il ne peut se faire que l'on en déduise les valeurs des dérivées les plus hautes. Par exemple, si parmi ces équations il y en a⁶ dans lesquelles ces dérivées n'interviennent pas du tout, ce qui fait que si on prend pour *inconnues* les dérivées les plus hautes, l'ensemble des équations est insuffisant pour déterminer les inconnues. *Dans ce cas, le nombre de constantes arbitraires que fait intervenir une intégration complète. . .*

[*La suite du manuscrit suit à quelques variantes mineures près le texte du De investigando. . . , les termes de la matrices des ordres s'appellent ainsi $a_i^{(j)}$ comme dans le De aequationum. . . et non $h_i^{(j)}$. À partir de . . . forment un système complet de maxima transversaux. (p. 200 l. 4 et p. 10 de II/24) le texte diffère et l'on retrouve mot pour mot des passages du De aequationum (ici composés en gras). Il contient de nombreuses erreurs qui trahissent tant la difficulté de lecture du manuscrit d'origine que la compréhension approximative du copiste. Nous n'en signalons qu'une partie à titre indicatif.]*

⁴J'ai désigné du nom d'*isopérimétriques* dans l'article cité (§ 90) les équations différentielles qui doivent être satisfaites pour que la variation d'une intégrale donnée contenant une variable indépendante et d'autres dépendantes s'annule. Ces équations différentielles isopérimétriques ne jouissent pas d'une forme normale lorsque les dérivées les plus hautes des variables dépendantes apparaissant dans l'intégrale donnée appartiennent à des ordres différents. [Note signalé d'un astérisque dans le manuscrit.]

⁵Note au crayon : « V S. 191–200, Abs. 1 »

⁶Début de la page 2

Dans un tableau quelconque, je prend le nombre maximal de maxima transversaux, et quand le même nombre apparaît de plusieurs manières, je choisis arbitrairement l'un de ces⁷ systèmes, dont⁸ je marque les termes d'un astérisque⁹. Si le tableau n'est pas encore un canon, il reste des verticales dans lesquelles on ne trouve pas de maxima transversaux. Il faut¹⁰ chercher également leur maxima, qui seront aussi notés d'un astérisque. J'appelle les termes notés d'un astérisque *maxima étoilés*. Leur système est constitué de n termes et de plus transversaux, quand le tableau¹¹ est un canon.

Je souligne un terme égal à un maximum étoilé et placé dans la même verticale que lui et je l'appelle terme *souligné*. **Supposons que dans une série horizontale α_1 ¹² se trouve un maximum étoilé auquel¹³ soit égal un terme d'une série horizontale α_2 placé dans la même verticale ; que dans la série α_2 se trouve un maximum étoilé auquel est égal un terme de la même verticale placé dans une série horizontale α_3 , etc. Si de cette manière, on parvient à une série horizontale α_i je dirai que l'on a un chemin de α_1 à α_i .**

Ceci posé¹⁴ je considère le canon le plus simple dérivé du canon donné et dans celui-ci je prends le plus grand nombre de maxima transversaux, c'est-à-dire un système complet. Si plusieurs systèmes de cette sorte existent, j'en choisis un arbitrairement, qui constitue le système des maxima étoilés.

Alors¹⁵ on distribue¹⁶ toutes les séries en deux parties : les séries α ¹⁷ et les séries β , de telle sorte qu'aucune¹⁸ des séries de K ne soit inchangée, c'est-à-dire qu'aucune des quantités l qui correspondent aux séries K ne soit $= 0$ ¹⁹. Je dis qu'on a

⁷« unum eorum » Le manuscrit a *numeorum*...

⁸« cujus » Le manuscrit a *cajus*...

⁹Le manuscrit a *asterisus*...

¹⁰Afin de rendre le subjonctif.

¹¹Début de la page 11 du manuscrit.

¹²Le *De aequationum* a *h* au lieu de α .

¹³Le manuscrit a « cique »... au lieu de « eique ».

¹⁴Le paragraphe suivant du *De aequationum* commence par ces mêmes mots mais se poursuit par un texte entièrement différent.

¹⁵On retrouve ici avec des variantes minimales la suite du *De investigando* p. 200 l. 6.

¹⁶« distribuantur » Le *De investigando* a *distribuamus*, nous distribuons.

¹⁷Le *De investigando* a *J* et *K* au lieu de α et β .

¹⁸Note marginale au crayon : « S. 200, Abs. 1 »

¹⁹Le *De investigando* a « evanescat », s'annule au lieu de « = 0 » sit

Le manuscrit s'interrompt ici, au milieu de la page physique, juste avant le théorème I. du De investigando.