

# Traduction intégrale du document II/13a du fonds Jacobi.

F. Ollivier (CNRS)  
LIX UMR CNRS 7161  
École polytechnique, F-91128 Palaiseau CEDEX  
Mél `francois.ollivier@lix.polytechnique.fr`.

4 février 2007

## 1 Description du document

Il s'agit d'une lettre de Sigismund Cohn, datée de Hirschberg<sup>1</sup> le 25 août 1859. Son destinataire n'est pas mentionné, mais selon l'inventaire du fonds Jacobi, il s'agit de Borchardt, hypothèse fort vraisemblable puisque celui-ci reprendra le travail d'édition entrepris par Cohn. Il a par ailleurs succédé à Crelle en 1856 comme éditeur du Journal de Crelle, or Cohn précise dans cette lettre que l'un des textes conviendrait pour « son » journal.

Cette transcription a été achevée avec l'aide précieuse de Bernd Bank.

## 2 Transcription

<sup>2</sup>Très estimé docteur

Je n'ai malheureusement pas pu tenir ma promesse de hâter la transcription des manuscrits de Jacobi que vous m'avez confiés, car durant ma cure

---

<sup>1</sup>Il existe plusieurs villes allemandes de ce nom, mais il pourrait s'agir de Hirschberg en Basse-Silésie, actuellement Jelenia Góra dans la voïevodie polonaise de Wrocław, qui appartenait à l'époque au royaume de Prusse. Cohn mentionne une cure à Salzbrunn, probablement Bad Salzbrunn, actuellement Szczawno-Zdrój, distante de 61 km.

<sup>2</sup>Les passages en kurrentshrift sont reproduits en romain, ceux en lettres latines en italiques.

de cinq semaines à Salzbrunn j'ai trouvé trop peu de moment de loisir sans peine pour travailler. Ce n'est que maintenant que je peux vous en retourner une partie après une transcription précise, dont je considère certains passages comme convenables pour votre journal mathématique. Ce sont les feuillets du fonds Jacobi qui se rapportent à la réduction en forme canonique d'un système différentiel ordinaire.

Jacobi appelle un système d'équations différentielles ordinaires canonique quand il est de la forme

$$\frac{d^p x_1}{dt^p} = A, \frac{d^q x_2}{dt^q} = B, \text{ et ceter.},$$

où dans les fonctions  $A$ ,  $B$ , et ceter. n'apparaissent que des dérivées de  $x_1$ ,  $x_2$ , ... plus basses que dans le membre de gauche.  $p + q + \dots$  est l'ordre du système canonique.

Tout système d'équations différentielles ordinaires se ramène en forme canonique. Quand entre une variable indépendante  $t$  et des variables dépendantes  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sont données des équations différentielles quelconques

$$u_1 = 0, u_2 = 0, \dots, u_n = 0,$$

on a le théorème suivant :

« Soit  $a_k^{(i)}$  la plus haute dérivée de  $x_i$  qui apparaisse dans  $u_k = 0$  et  $\mu$  la plus grande des 1.2.3... $n$  sommes

$$a'_{i'} + a''_{i''} + \dots + a_{i^{(n)}},$$

alors  $\mu$  est l'ordre du système d'équations différentielles ordinaires. »<sup>3</sup>

La détermination de  $\mu$  exige la résolution du problème suivant :

« Soient  $nn$  nombres entiers arbitraires dans un ordre quelconque disposés en carré<sup>4</sup>, on forme toutes les sommes possibles de  $n$  nombres dont chacun appartient à une rangée horizontale et verticale différente : parmi ces sommes, il faut déterminer celle qui est la plus grande valeur. »

La résolution de ce problème renferme la réduction du système d'équations différentielles ordinaires en forme canonique.

Voici le contenu des manuscrits de Jacobi ci-joints, mais en de très nombreuses versions dont seulement quelques unes s'étendent un peu au delà

---

<sup>3</sup>Fin de la première page, la seconde est au recto du même feuillet.

<sup>4</sup>Une matrice carré de  $n^2$  entiers arbitraires.

de l'introduction. Il se trouve par chance une version assez développée, qui ne concerne jamais la théorie des multiplicateurs, ce qui rendrait la plupart des autres assez inutilisables<sup>5</sup>. Un second développement de la même matière peut être tiré du reste et je l'ai joint dans une retranscription séparée. Le traitement du sujet est très intéressant dans les deux versions et l'une ou l'autre seraient appropriées pour l'impression et une inclusion dans votre journal<sup>6</sup>. Je donnerais la préférence à la première, qui se compose des feuillets 2238, 2239, 2250, 2240, 2241, 2242, 2246, 2243, 2247, 2248, 2251<sup>7</sup>, parce qu'elle est un peu plus développée que celle contenue dans ma transcription et parce qu'elle va plus loin ; mais il lui manque la très intéressante introduction de cette dernière<sup>8</sup>. J'ai tiré ma transcription des feuillets<sup>9</sup> 2205, 2206, 2204, 2203, 2202, 2201, 2200, 2197, 2187, 2188, 2189, 2196, 2195, 2191, 2192, 2193, 2194<sup>10</sup>.<sup>11</sup> (Les nombres indiquent l'ordre nécessaire des feuillets.)

Tout le reste, à l'exception des feuillets 2214<sup>12</sup>–2237<sup>13</sup> n'est pas à utiliser, ceux-ci constituent un appendice à la théorie des multiplicateurs. Si vous étiez aussi d'avis que cette première version soit plus convenable à l'impression que ma transcription, je serais alors prêt à la compléter pour la presse car, dans votre situation présente, il vous serait difficile de vous y employer<sup>14</sup>. Je l'aurais déjà fait, si je n'avais voulu hâter cette affaire alors qu'il existe possiblement un manque persistant de manuscrits de Jacobi convenables pour

---

<sup>5</sup>Les raisons pour lesquelles S. Cohn estime que les manuscrits abordant la théorie des multiplicateurs sont inutilisables demeurent obscures.

<sup>6</sup>Sans doute le journal de Crelle.

<sup>7</sup>Ces feuillets sont regroupés dans le document II/23b, qui contient en outre les feuillets 2244, 2245 et 2249. Ce manuscrit a servi de base à l'article « De aequationum... ».

<sup>8</sup>Il s'agit manifestement des premières pages de II-13c, qui traitent des différentes formes normales que peut posséder un même système et que Borchardt n'a pas retenu pour la publication

<sup>9</sup>Le nombre 2197 a été barré.

<sup>10</sup>Ces numéros correspondent aux feuillets de II/13b, à l'exception de 2197, qui figure dans II/22 (ajouté après coup dans la liste de la page de garde). Les feuillets 2186 et 2190 (probablement ajouté postérieurement à l'inventaire) de II/13b n'y figurent en revanche pas.

<sup>11</sup>Fin de la seconde page.

<sup>12</sup>Les deux derniers chiffres sont peu lisibles, le troisième semble un 2 qui pourrait avoir été surchargé.

<sup>13</sup>Les feuillets 2214–2237 constituent le document II/23a.

<sup>14</sup>Borchardt mentionne dans II-25 une transcription notée  $Cn$ , sans doute due à Cohn, qui couvre le début du manuscrit II-23b.

le journal. Je renvoie donc en totalité les feuillets 2182–2251<sup>15</sup>, ci-joint une copie de 4 feuilles. Si vous me dites que je peux à tout moment envoyer ces papiers à votre adresse, je le fais, à moins que je ne doive supposer que vous n'êtes pas maintenant à Berlin, j'espère en tout cas que vous jouissez de la meilleure santé. La cure m'a beaucoup fortifié et je me sens tout à fait bien, mais l'enrouement et la toux perdurent. Durant les prochains mois, je vais demeurer chez moi à Hirschberg.

Avec l'expression de ma haute considération et  
*Hirschberg, le 25 août 1857*

de mon dévouement  
*S. Cohn*

---

<sup>15</sup>Les feuillets 2182–2185, 2197, 2198, 2199, 2207–2213 appartiennent au document II/22.