

Retranscription intégrale du document II/13a du fonds Jacobi.

F. Ollivier (CNRS)
LIX UMR CNRS 7161
École polytechnique, F-91128 Palaiseau CEDEX
Mél francois.ollivier@lix.polytechnique.fr.

4 février 2007

1 Description du document

Il s'agit d'une lettre de Sigismund Cohn, datée de Hirschberg¹ le 25 août 1859. Son destinataire n'est pas mentionné, mais selon l'inventaire du fonds Jacobi, il s'agit de Borchardt, hypothèse fort vraisemblable puisque celui-ci reprendra le travail d'édition entrepris par Cohn. Il a par ailleurs succédé à Crelle en 1856 comme éditeur du Journal de Crelle, or Cohn précise dans cette lettre que l'un des textes conviendrait pour « son » journal.

Cette transcription a été achevée avec l'aide précieuse de Bernd Bank.

2 Transcription

Hochgeehrter Herr Doctor

Leider habe ich mein Versprechen, die Durchsicht der mir von Ihnen anvertrauten Jacobischen Manuscripte zu beeilen, nicht erfüllen können, weil ich während meiner fünf-wöchentliche Brunnenkur in Salzbrunn zu wenig Muße ohne Mühe zum Arbeiten fand. Erst jetzt kann ich Ihnen einen Theil

¹Il existe plusieurs villes allemandes de ce nom, mais il pourrait s'agir de Hirschberg en Basse-Silésie, actuellement Jelenia Góra dans la voïevodie polonaise de Wrocław, qui appartenait à l'époque au royaume de Prusse. Cohn mentionne une cure à Salzbrunn, probablement Bad Salzbrunn, actuellement Szczawno-Zdrój, distante de 61 km.

derselben nach genauer Durchsicht zurücksenden, von dem ich einiges für Ihr mathematisches Journal geeignet halte. Es sind die Blätter des Jacobischen Nachlasses, welche sich auf die Zurückführung eines Systemes gewöhnlicher Differentialgleichungen auf seine kanonische Form beziehen.

Jacobi nennt ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen kanonisch, wenn es die Form

$$\frac{d^p x_1}{dt^p} = A, \frac{d^q x_2}{dt^q} = B, \text{ et ceter.}$$

hat wo in den Funktionen $A, B, \text{ et ceter.}$ nur niedrigere Differentiale von x_1, x_2, \dots vorkommen als auf der linken Seite.

$p + q + \dots$ ist die Ordnung des kanonischen Systems.

Jedes System gewöhnlicher Differentialgleichungen läßt sich auf die kanonische Form bringen. Wenn zwischen den Unabhängigen t und den Veränderlichen x_1, x_2, \dots, x_n beliebige Differentialgleichungen

$$u_1 = 0, u_2 = 0, \dots, u_n = 0$$

gegeben sind, so gilt folgender Satz:

„Es sei $a_k^{(i)}$ das höchste Differential von x_i , welches in $u_k = 0$ vorkommt, und μ das größte unter den $1.2.3 \dots n$ Aggregaten

$$a'_{i'} + a''_{i''} + \dots + a_{i^{(n)}}^{(n)},$$

so ist μ die Ordnung des Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen.“²

Die Bestimmung von μ erfordert die Lösung folgender Aufgabe:

„Es seien nn beliebige ganze Zahlen in beliebiger Ordnung in Form eines Quadrats gestellt, [und?] man³ bilde alle möglichen Aggregate von n Zahlen von denen jede zu einer verschiedenen Horizontal – und Vertikalreihe des Quadrats gehört: unter diesen Aggregaten soll dasjenige bestimmt werden, in welchem die Summe der n Zahlen am größten ist.“

Die Lösung dieser Aufgabe enthält die Zurückführung des Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen auf seine kanonische Form.

Das ist der Inhalt der beiliegenden Jacobischen Manuscripte, aber in sehr vielen verschiedenen Bearbeitungen, von denen nur wenige etwas weiter als über die Einleitung geführt sind. Glücklicher Weise findet sich aber eine ziemlich ausgeführte Bearbeitung, die nicht einmal mit der Multiplikator-Theorie zusammenhängt, was die meisten anderen schon unbrauchbar machen würde⁴. Eine zweite Behandlung desselben Gegenstandes ließ sich aus dem übrigen herausziehen und habe ich dieselbe in besonderer Abschrift beigelegt. In beiden ist die Behandlung des Gegenstandes sehr interessant und eine von beiden gewiß zum Drucke und zur Aufnahme in Ihr Journal⁵ geeignet. Ich würde der ersten,

²Fin de la première page, la seconde est au recto du même feuillet.

³Le mot est peu lisible, il semble que « und » ait été corrigé en « man ».

⁴Les raisons pour lesquelles S. Cohn estime que les manuscrits abordant la théorie des multiplicateurs sont inutilisables demeurent obscures.

⁵Sans doute le journal de Crelle.

welche aus den Blättern 2238, 2239, 2250, 2240, 2241, 2242, 2246, 2243, 2247, 2248, 2251⁶ besteht, den Vorzug geben, weil sie wenige weitläufig als die in meiner Abschrift enthaltene ist und weil weiter geht; es fehlt ihr aber die sehr interessante Einleitung der andern⁷. Meine Abschrift⁸ habe ich aus den Blättern⁹ 2205, 2206, 2204, 2203, 2202, 2201, 2200, 2197, 2187, 2188, 2189, 2196, 2195, 2191, 2192, 2193, 2194¹⁰ gezogen.¹¹ (die Zahlen geben die nothwendige Reihenfolge der Blätter an.)

Alles Übrige ist bis auf die Blätter 2214¹²–2237¹³ nicht zu gebrauchen, diese enthalten einen Fortsatz zur Multiplcatortheorie. Sollten Sie derselben Ansicht sein, daß jene erste Abhandlung zum Druck geeigneter sei als meine Abschrift, so bin ich jederzeit bereit dieselbe für den Druck zu ergänzen, denn in ihrem gegenwärtigen Zustande wäre Sie schwerlich dazu zu verwenden¹⁴. Ich hätte es bereits gethan, wenn ich nicht diese Angelegenheit beeilen wollte, da möglicher Weise weiterer Mangel an geeigneten Jacobischen Manuscripten für das Journal vorhanden ist. Ich sende also im Ganzen die Blätter 2182–2251¹⁵ zurück, anbei 4 Bogen Abschrift. Da Sie mir sagten, ich könne diese Papiere jeder Zeit an Ihre Adresse senden, so thue ich es, obwohl ich annehmen muß daß Sie jetzt nicht in Berlin sind, jedenfalls hoffe ich, daß Sie sich der besten Gesundheit erfreuen. Mich hat die Brunnenkur sehr gestärkt und ich fühle mich recht wohl; aber Heiserkeit und Husten sind permanent. Bis in den nächsten Monat werde ich noch in meiner Heimath in Hirschberg verweilen.

Hirschberg, d. 25. Aug. 1857

Hochachtungsvoll und
ergebend
S. Cohn

⁶Ces feuillets sont regroupés dans le document II/23b, qui contient en outre les feuillets 2244, 2245 et 2249. Ce manuscrit a servi de base à l'article « De aequationum... ».

⁷Il s'agit manifestement des premières pages de II-13c, qui traitent des différentes formes normales que peut posséder un même système et que Borchardt n'a pas retenu pour la publication

⁸Le document II/13c qui a servi de base à l'article « De investigando... ».

⁹Le nombre 2197 a été barré.

¹⁰Ces numéros correspondent aux feuillets de II/13b, à l'exception de 2197, qui figure dans II/22 (ajouté après coup dans la liste de la page de garde). Les feuillets 2186 et 2190 (probablement ajouté postérieurement à l'inventaire) de II/13b n'y figurent en revanche pas.

¹¹Fin de la seconde page.

¹²Les deux derniers chiffres sont peu lisibles, le troisième semble un 2 qui pourrait avoir été surchargé.

¹³Les feuillets 2214–2237 constituent le document II/23a.

¹⁴Borchardt mentionne dans II-25 une transcription notée *Cn*, sans doute due à Cohn, qui couvre le début du manuscrit II-23b.

¹⁵Les feuillets 2182–2185, 2197, 2198, 2199, 2207–2213 appartiennent au document II/22.