

INF555 TD7

Analyse de Fourier: 2D DFT (FFT)

Frank NIELSEN
nielsen@lix.polytechnique.fr

2 Novembre 2011

1 Prise en main de la FFT 2D

Compiler le programme `fftINF555.java` qui implémente la FFT discrète 2D et son inverse. Exécutez le programme et observez les (toutes petites) erreurs numériques dues à la précision finie des nombres flottants (au format IEEE 754). Appliquez la FFT puis son inverse à l'image `lena.ppm` et sauvegardez le résultat sous `lenaid.ppm`.

2 Information et perception

Prendre deux images `lena.ppm` et `fleur.ppm`, et appliquer la FFT à ces deux images pour en obtenir les phases et les amplitudes de ces deux images. Recombiner la partie phase de l'une avec la partie amplitude de l'autre (et vice-versa), appliquer l'inverse de la FFT sur les images recombinaées, et sauvegardez les images résultantes. Observer que l'*information visuelle* telle se perçoit plutôt dans la phase.

3 Appariement d'images par la méthode de corrélation de phase

Calculer le *cross-power spectrum* (CPS) des deux images `xlake1.ppm` et `xlake2.ppm`:

$$\text{CPS} = \frac{F_1(u, v)F_2^*(u, v)}{|F_1(u, v)F_2^*(u, v)|} = \exp 2\pi i(ux_t + vy_t) \stackrel{FFT^{-1}}{\longleftrightarrow} (x_t, y_t).$$

En déduire la translation 2D (x_t, y_t) qui apparie au mieux ces images en cherchant le point culminant dans de *domaine spatial* du CPS (en appliquant la FFT inverse sur le tableau CPS). Enfin, coller ces deux images dans une nouvelle image aux dimensions adéquates. Bruitez les images sources par un bruit gaussien uniforme, puis par un bruit poivre/sel et observez la robustesse de cette méthode d'appariement.

Calculer maintenant le cross-power spectrum d'une image d'un échiquier `checkerboard.ppm`. Qu'apercevez-vous en affichant l'image spatiale du CPS?

4 ** Convolution spatiale \leftrightarrow multiplication spectrale

Écrire un algorithme rapide pour la multiplication de deux polynômes $P(x)$ et $Q(x)$ qui se base sur la FFT 1D. (On rappelle que la convolution dans le domaine spatial est équivalente à une multiplication dans le domaine de Fourier. Cf. les notes de cours INF 311)