Examen

DEA

18 décembre 2003

On attachera une grande importance à la concision, à la clarté, et à la précision de la rédaction.

Bisimulations

Question 1 Parmi les relations de bisimulations ($\sim$, $\approx$ et $\cong$), trouver la relation la plus précise reliant :

a) P et $\tau.P$ b) P et $P \mid 0$ c) $(P \mid Q) + (P \mid R)$ et $P \mid (Q + R)$

d) $P + \tau.(P + Q)$ et $\tau.(P + Q)$ e) $\tau.P \mid Q \mid R$ et $P \mid Q \mid R$

(Dans chaque cas, donner une preuve ou un contrexemple si aucune relation n'est vraie)

Terminaison

On dira qu'un processus P *termine* s'il ne possède pas de dérivation infinie $P \xrightarrow{\alpha_1} P_1 \xrightarrow{\alpha_2} P_2 \xrightarrow{\alpha_3} P_3 \cdots$ où α_i est une action quelconque, possiblement τ, pour tout $i > 0$.

Question 2 Donner en CCS et en pi-calcul deux exemples de processus qui ne terminent pas.

Question 3 En CCS, est-ce que la bisimulation forte ($\sim$), la bisimulation faible ($\approx$), ou la congruence observationnelle ($\cong$) préserve la terminaison. Autrement dit, si P termine et :

a) si $P \sim Q$, alors Q termine ? b) si $P \approx Q$, alors Q termine ? c) si $P \cong Q$, alors Q termine ?

Un processus P' dérivé de P est tel que $P \xrightarrow{\alpha_1} P_1 \xrightarrow{\alpha_2} P_2 \cdots \xrightarrow{\alpha_n} P_n = P'$ $(n \geq 0)$. Nous dirons qu'un processus P *termine en* `fin` si, pour tout processus P' dérivé de P, on n'a pas $P' \xrightarrow{\mathtt{fin}} P''$, mais on a $P' \sim \overline{\mathtt{fin}}.0$ si $P' \xrightarrow{\overline{\mathtt{fin}}} P''$.

Question 4 Supposons que P termine en `fin`. Montrer que

a) si $P \xrightarrow{\alpha} P'$, alors P' termine en `fin` ;

b) si $P \sim Q$, alors Q termine en `fin`.

Posons $P; Q = (\nu a)(P\{a/\mathtt{fin}\} \mid a.Q)$ où a est un nom frais n'apparaissant ni dans P ni dans Q, et où $P\{a/\mathtt{fin}\}$ désigne le processus obtenu après la substitution de `fin` par a dans P.

Question 5 Montrer que si P et Q terminent en `fin`, alors $P; Q$ termine aussi en `fin`.

Question 6 Quelles sont les relations entre :

a) $P; (Q; R)$ et $(P; Q); R$? b) $\overline{\mathtt{fin}}.0; P$ et P ? c) $P; \overline{\mathtt{fin}}.0$ et P ?

Faut-il supposer que P, Q, R terminent en `fin` ?

Diffusion

Le pi-calcul avec *diffusion*, π_δ, est un calcul pour représenter une forme de communication où un message envoyé n'est pas consommé par le récepteur. Après réception, le message est encore disponible pour d'autres processus.

On définit π_δ comme le pi-calcul standard π, sauf que le préfixe $\bar{x}y.P$ est remplacée par $\delta(x,y).P$, avec la règle de sémantique opérationnelle suivante :

$$\delta(x,y).P \xrightarrow{\bar{x}y} \delta(x,y).0 \mid P$$

Question 7 Prouver qu'il est possible de coder π_δ dans π avec un codage $[\![\cdot]\!] : \pi_\delta \to \pi$ tel que, pour tout P, on a $[\![P]\!] \sim P$, où $\sim$ est la *late strong bisimulation.* Montrer que cette propriété de bisimulation est en effet satisfaite.

Question 8 **(Bonus)** Discuter s'il existe un codage dans l'autre direction (avec des propriétés "raisonnables") ou pas. Dans le cas positif, définir le codage et discuter ses propriétés sémantiques (la preuve n'est pas exigée). Dans le cas négatif, expliquer pourquoi ce n'est pas possible.