

# GEOCOMP: Structures de données compactes et représentation des maillages de surface

Journées PaRI-STIC , 23 novembre 2006, LORIA Nancy

## ACI MD GéoComp

Luca Castelli Aleardi



Geometrica - INRIA Sophia

LIX École Polytechnique

# Les acteurs du projet

# GEOCOMP

## Compression de données géométriques

### Laboratoires partenaires



- LIX, Ecole Polytechnique



- Geometrica, INRIA Sophia

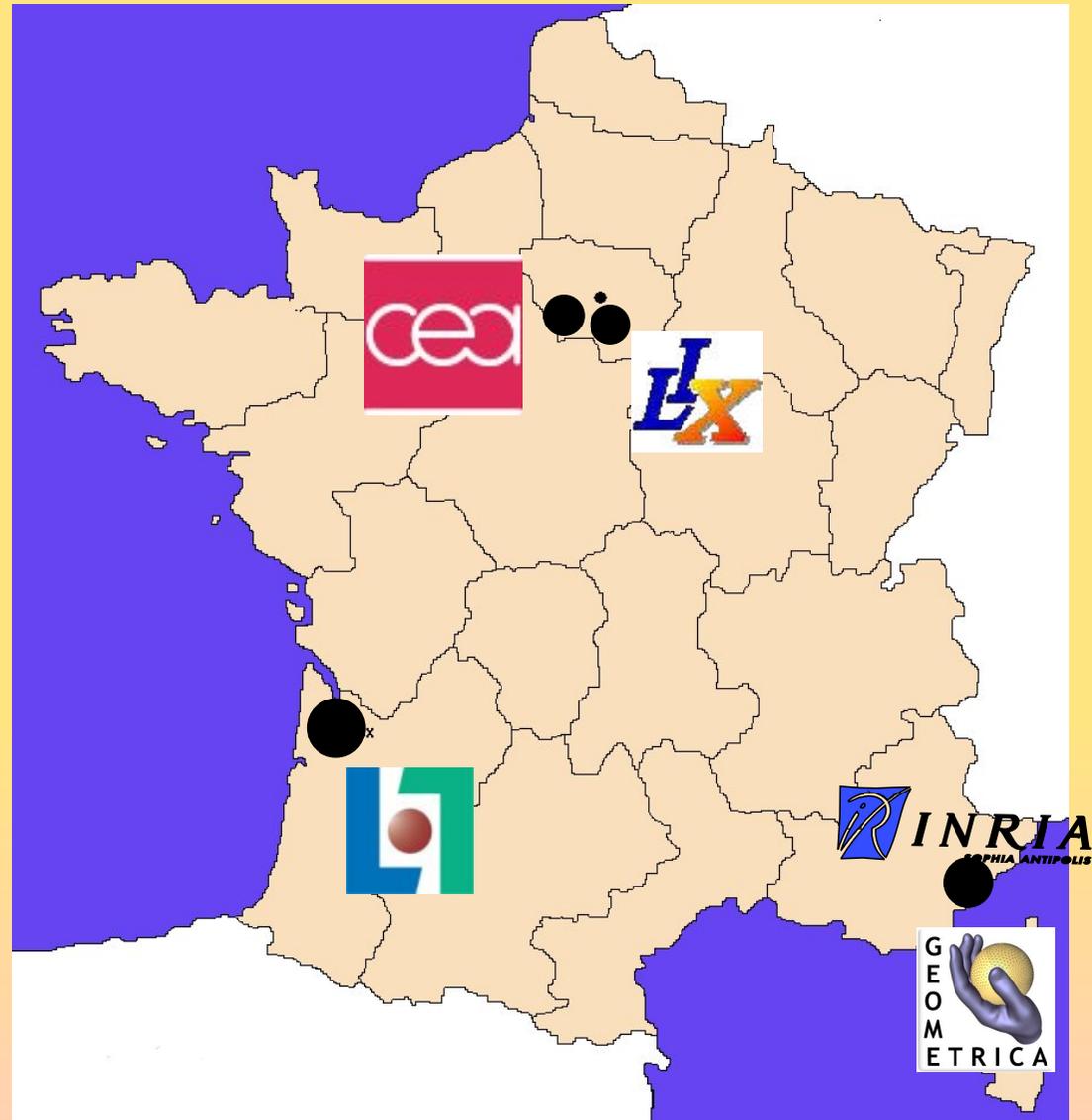


- LaBRI, Univ. Bordeaux



- S. Physique Th. , CEA Saclay

- durée: 2004/2007



# GEOCOMP

## Personnes concernées:

- P. Alliez, L. Castelli Aleardi, O. Devillers, A. Mebarki (INRIA). 
- L. Castelli Aleardi, E. Fusy, G. Schaeffer (LIX). 
- O. Bernardi, N. Bonichon, R. Cori, C. Gavoille, A. Labourel (LaBRI). 
- E. Gutter, P. Di Franceco, J. Bouttier, P. Zinn-Justin (CEA). 

## Thèses:

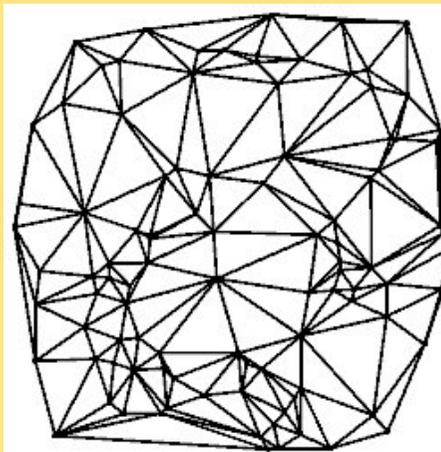
- LaBRI: Olivier Bernardi, Arnaud Labourel (thèse ACI).
- LIX: L. Castelli Aleardi, Eric Fusy .
- INRIA: L. Castelli Aleardi , Abdelkrim Mebarki.

# GEOCOMP

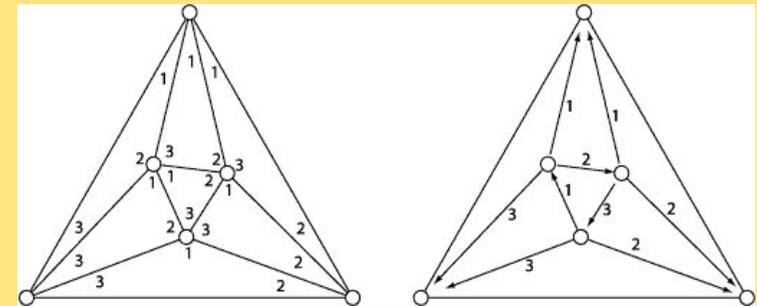
## Nos compétences



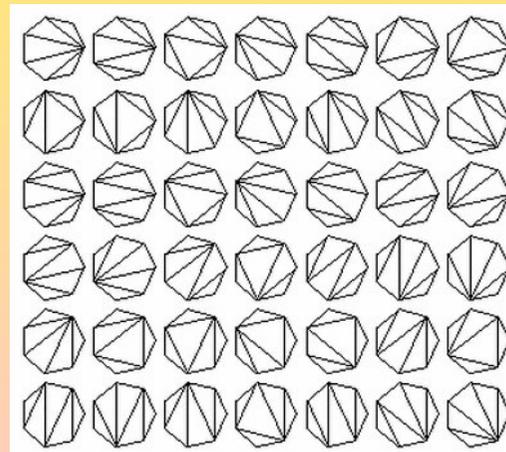
Géométrie algorithmique



Algorithmique de graphes



Combinatoire des cartes



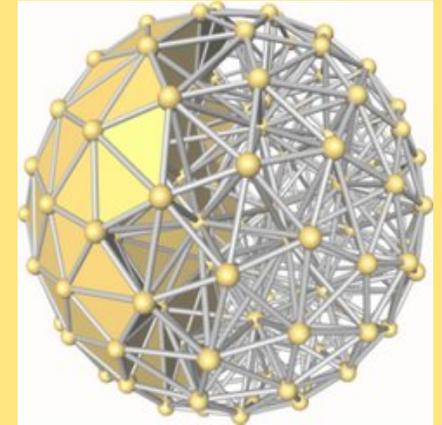
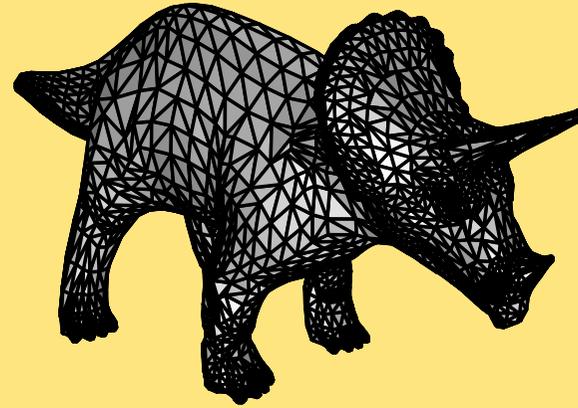
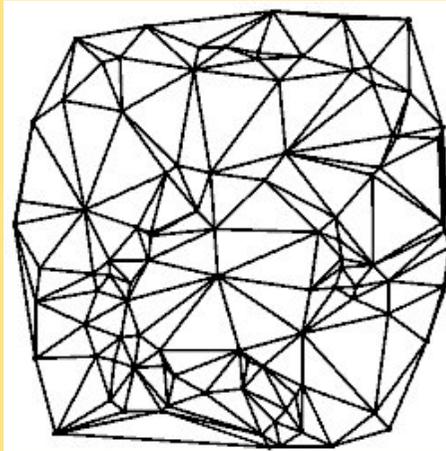
Le domaine de recherche

# Données structurées de nature géométrique

Triangulations et graphes

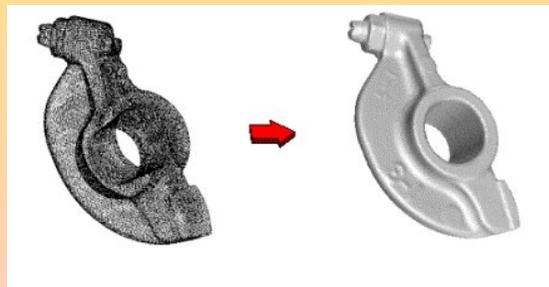
maillages surfaciques

maillages volumiques

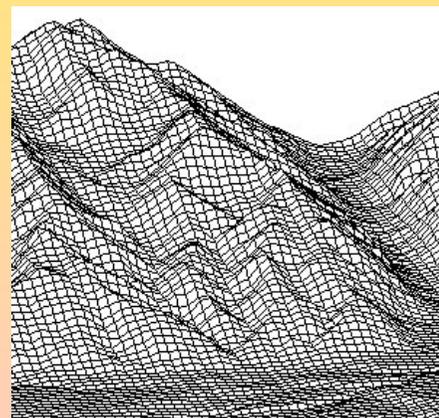


## Domaines d'application

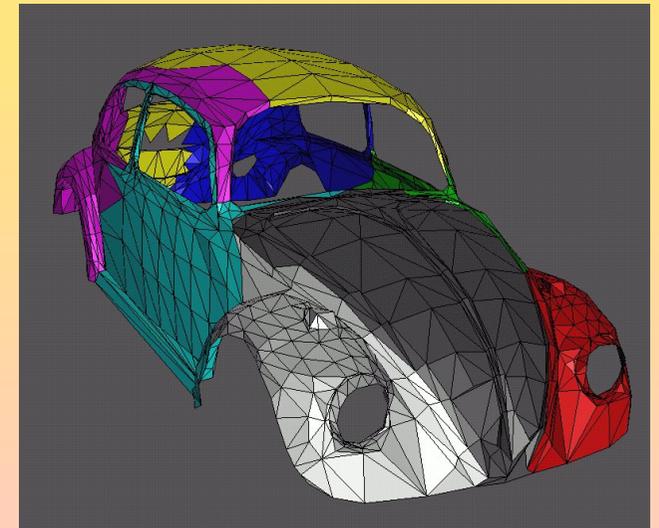
Reconstruction  
de surfaces



GIS Technology

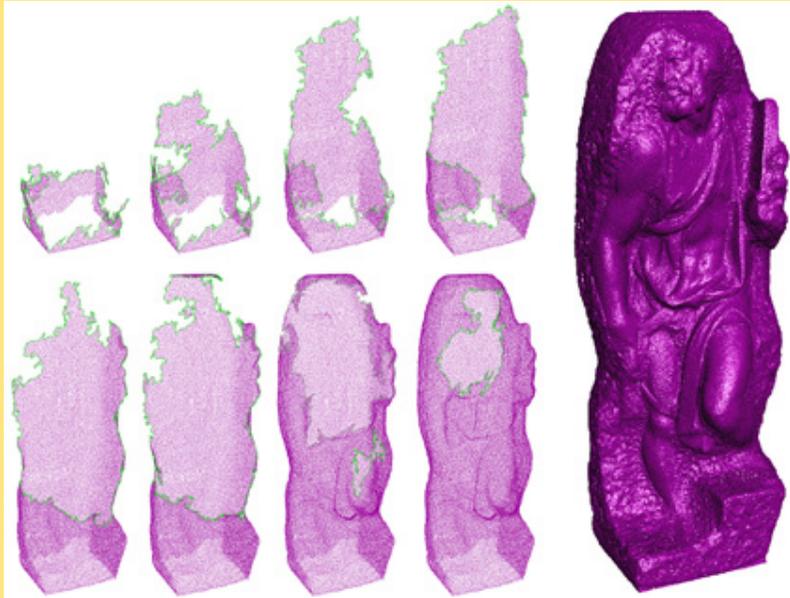


Geometry modelling



# Masses de données

L'explosion de la taille des données pose des pbs de traitement



Statue de St. Matthieu (Stanford's Digital Michelangelo Project, 2000)

186 million de sommets

6 Giga octets (stockage sur disque)

dizaines de minutes (temps pour la lecture de disque dur)



Statue du David (Stanford's Digital Michelangelo Project, 2000)

2 milliards de polygones

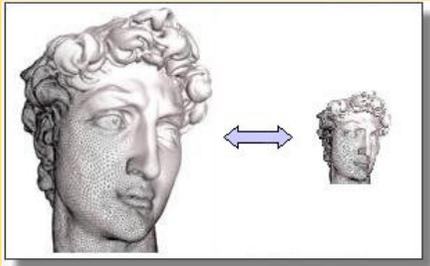
32 Giga octets (sans compression)

Pas d'algorithme et structure de données pouvant traiter le modèle tout entier

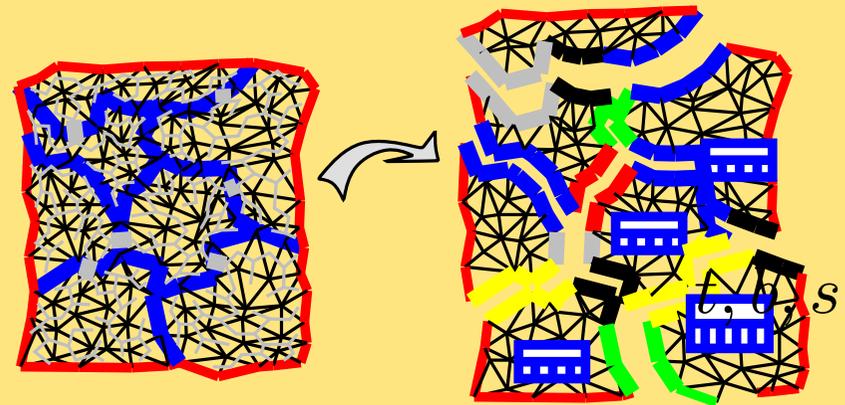
# GEOCOMP

Quelques thèmes de recherche

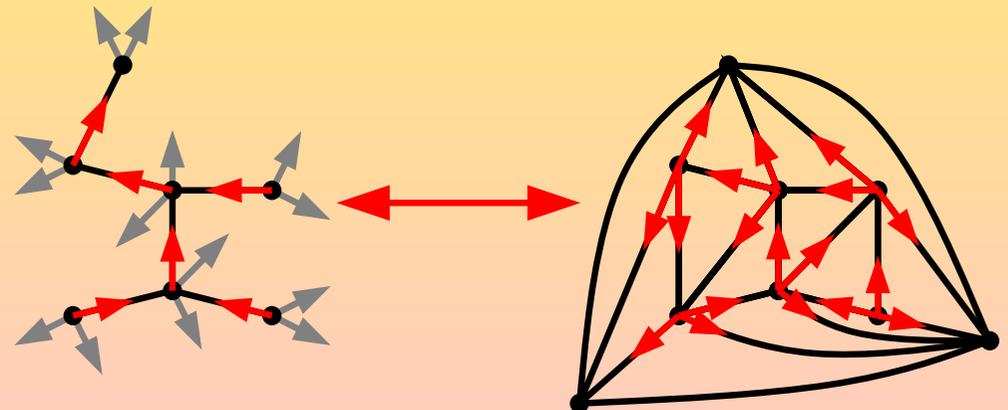
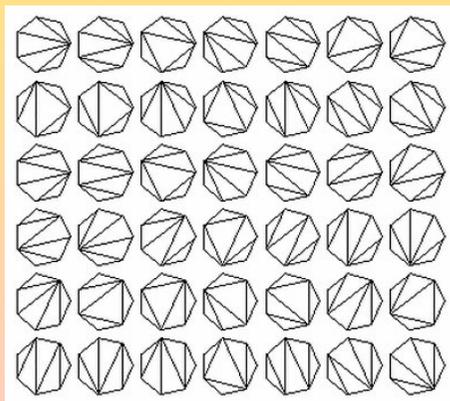
Compression de maillages



Structures de données géométriques



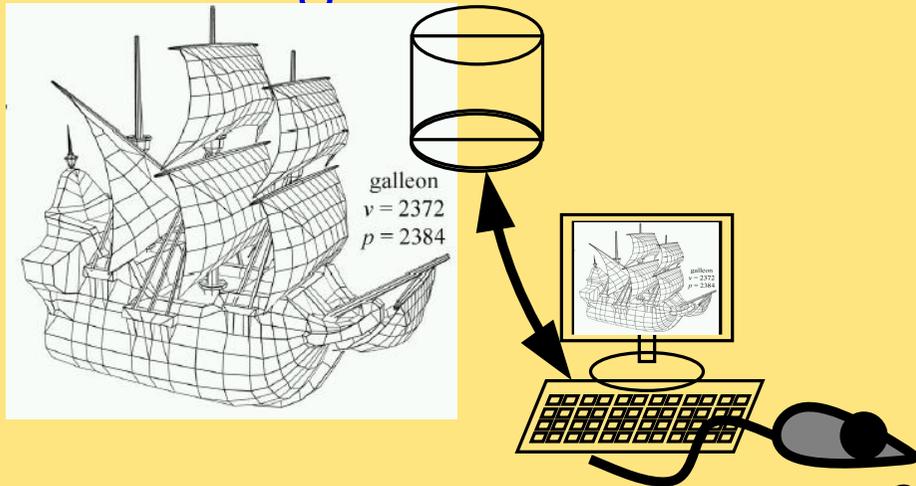
Combinatoire des cartes



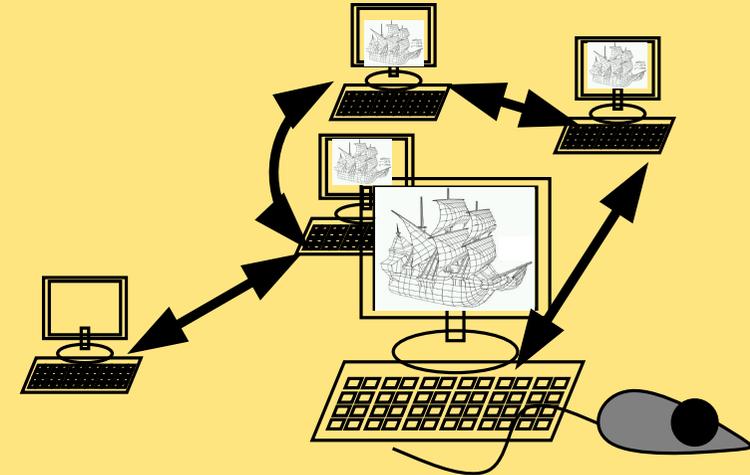
# Compression de données géométriques

## Motivation

### Stockage



### Transmission sur réseau



# Mesh compression

VRML, 288 or 114 bits/vertex

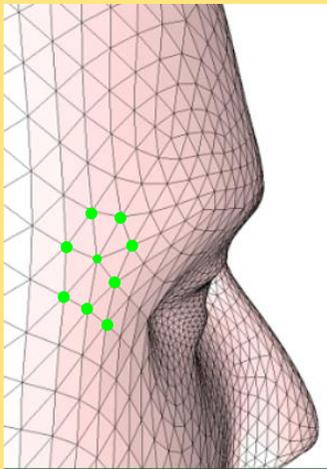
[Poulalhon Schaeffer] 3.24bits/vertex (optimal)

[Touma Gotsman]  $\approx 2$ bits/vertex (heuristique)

# Structures de données géométriques

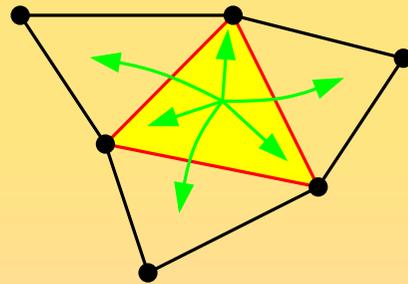
Maillages surfaciques, triangulations, cartes

## Maillage triangulaire



### Combinatoire

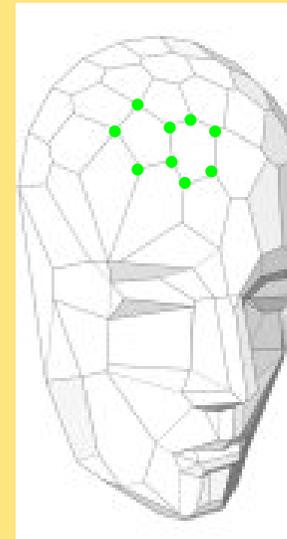
```
struct triangle{
    triangle *t1, *t2, *t3;
    vertex *v1, *v2, *v3;
}
struct vertex{
    triangle * root;
    int label;
}
```



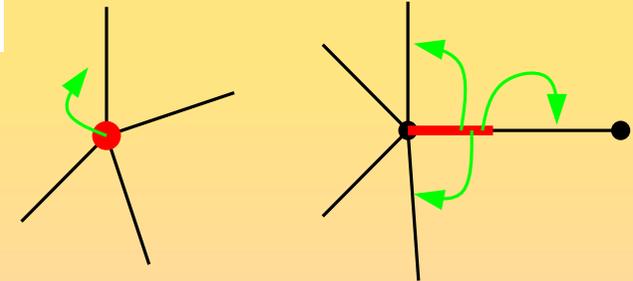
### Géométrie

```
struct point{
    float x;
    float y;
}
point vertex_geometry[max_label];
```

## Maillage polygonal



```
struct edge{
    edge * oppo;
    edge * next;
    edge * prev;
    vertex * origin;
}
struct vertex{
    edge * root;
    int label;
}
```

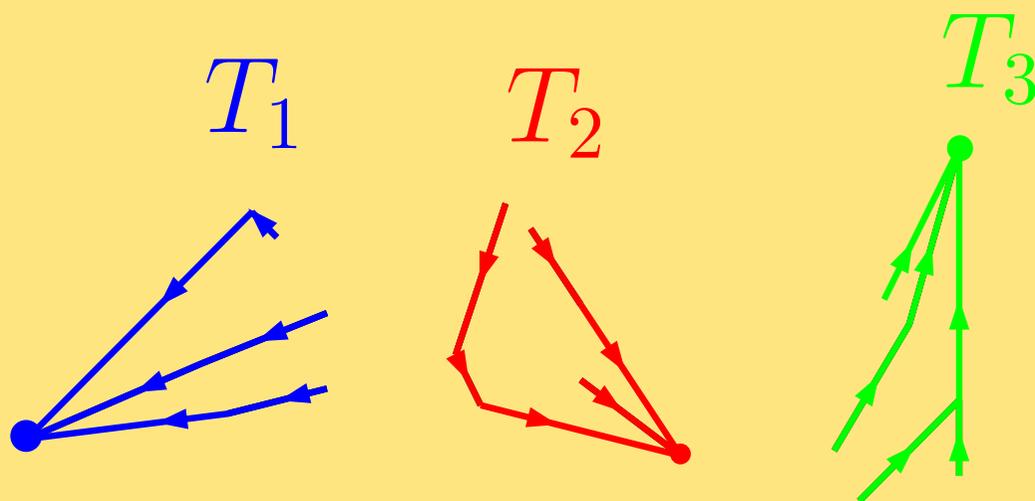
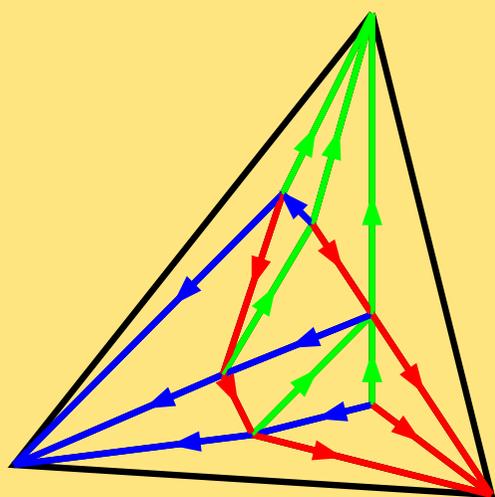


```
struct point{
    float x;
    float y;
}
point vertex_geometry[max_label];
```

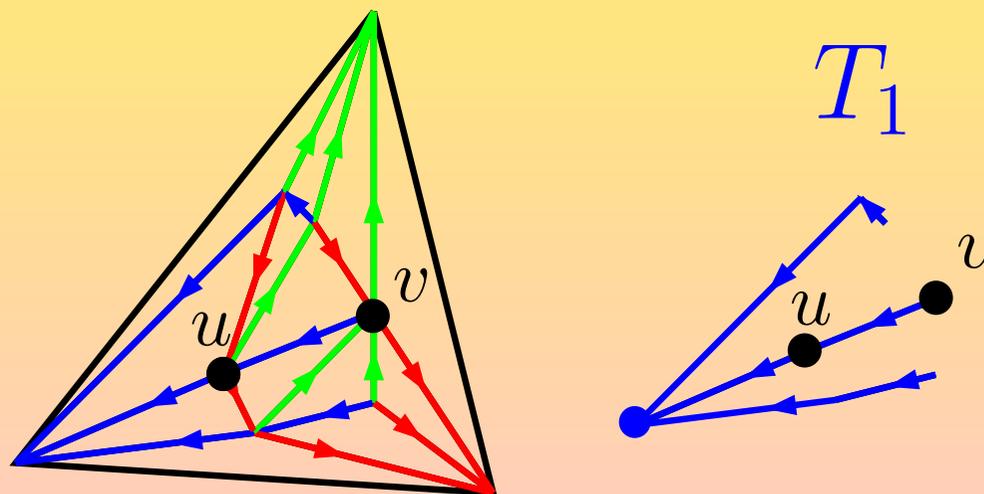
# Combinatoire des cartes

Propriétés combinatoires exploitables algorithmiquement

Existence d'une couverture par des arbres (forêt de Schnyder)



⇒ structure de données  
permettant de tester  
l'adjacence entre sommets  
en temps  $O(1)$



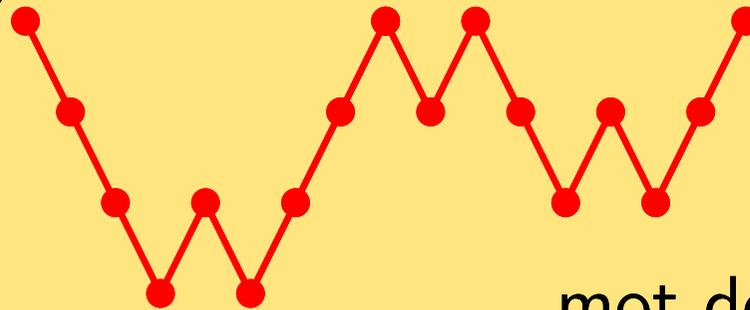
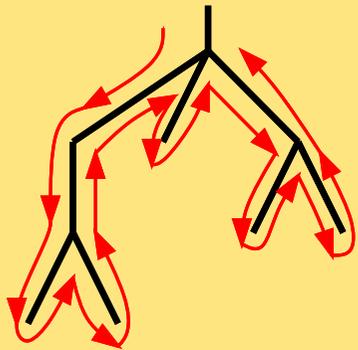
# Un résultat marquant du projet

(en collaboration avec Olivier Devillers et Gilles Schaeffer)

# Codage, compression et représentations compactes

## Un exemple: arbres binaires et ordonnés

arbre ordonné à  $n$  arêtes



mot de parenthèses équilibré

1110100010110100

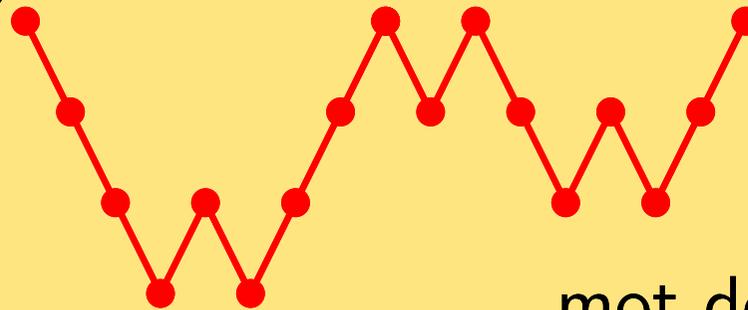
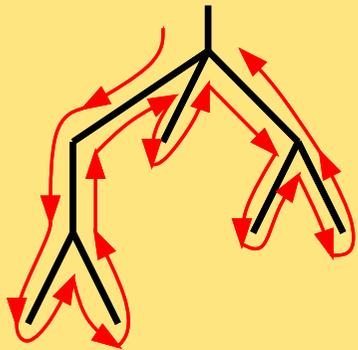
$\Rightarrow 2n$  bits pour coder un arbre avec  $n$  arêtes.

# Codage, compression et représentations compactes

## Un exemple: arbres binaires et ordonnés

Le code de contour d'un arbre plan (arbre ordonné).

arbre ordonné à  $n$  arêtes



mot de parenthèses équilibré

1110100010110100

$\Rightarrow 2n$  bits pour coder un arbre avec  $n$  arêtes.

Ce codage est "asymptotiquement optimal".

- le coût mémoire d'un objet correspond asymptotiquement à l'entropie de la classe;

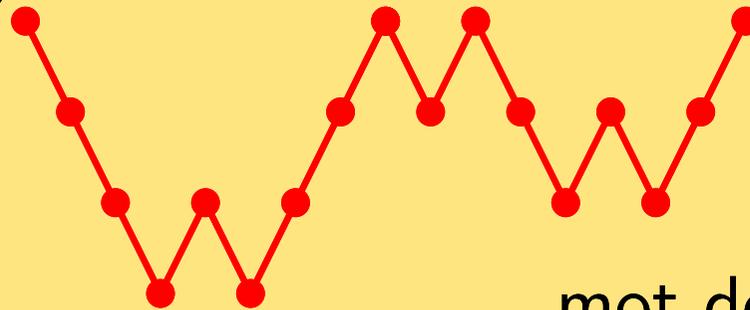
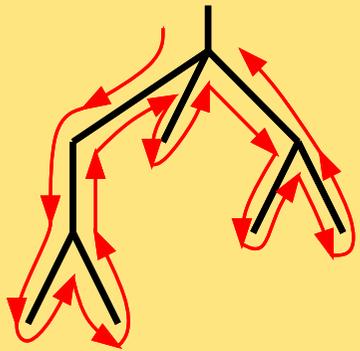
$$\text{taille}(B) = \log_2 \|\mathcal{B}_n\| (1 + o(1))$$

# Codage, compression et représentations compactes

## Un exemple: arbres binaires et ordonnés

Le code de contour d'un arbre plan (arbre ordonné).

arbre ordonné à  $n$  arêtes



mot de parenthèses équilibré

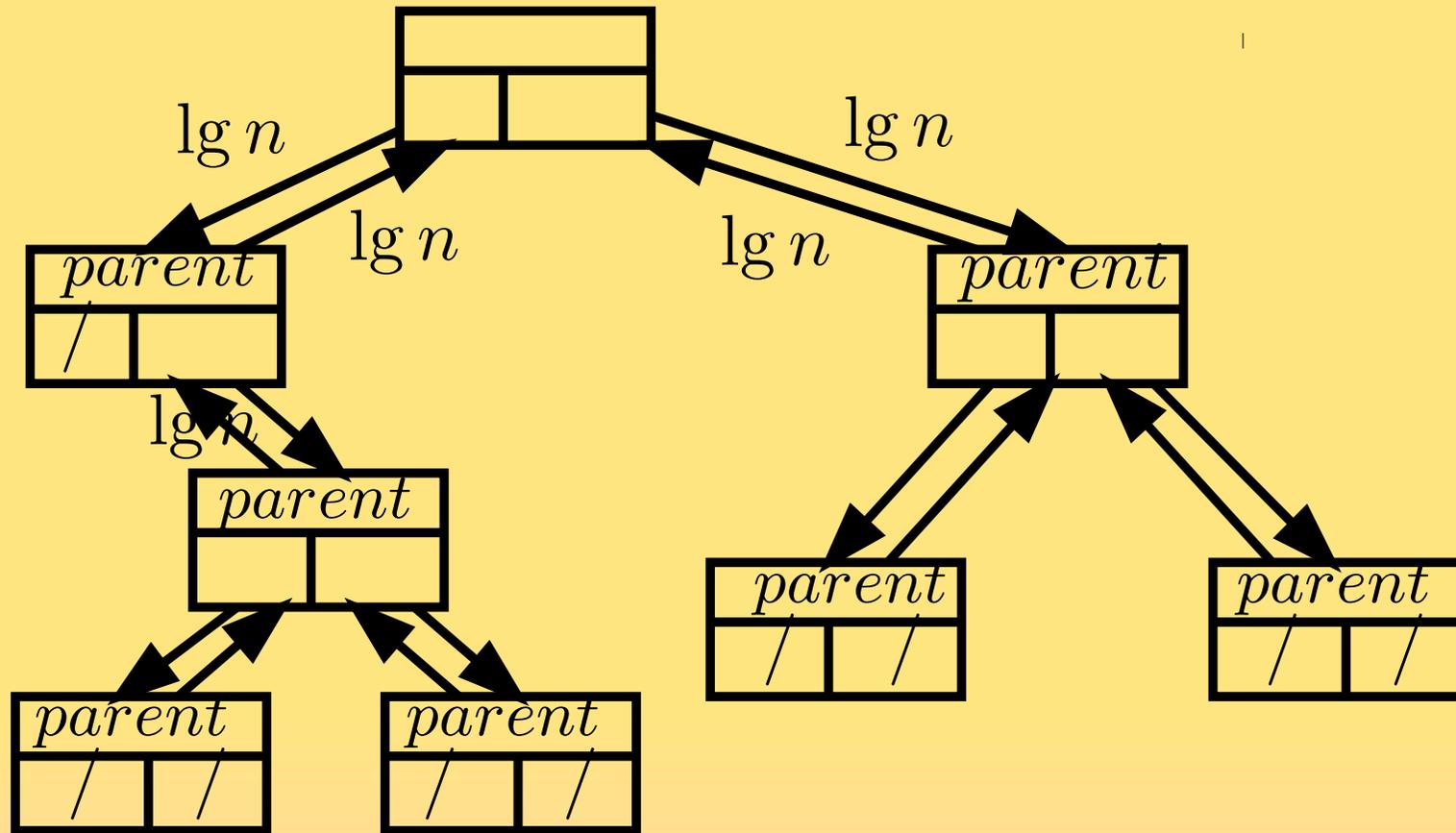
1110100010110100

$\Rightarrow 2n$  bits pour coder un arbre avec  $n$  arêtes.

mais ne permet pas de répondre efficacement à des requêtes d'adjacence

# Codage, compression et représentations compactes

## Représentation explicite par pointeurs



il est possible de tester en temps  $O(1)$  l'adjacence entre sommets

ce codage n'est pas optimal: il faut  $\Theta(n \lg n)$  bits

# Peut-on faire mieux?

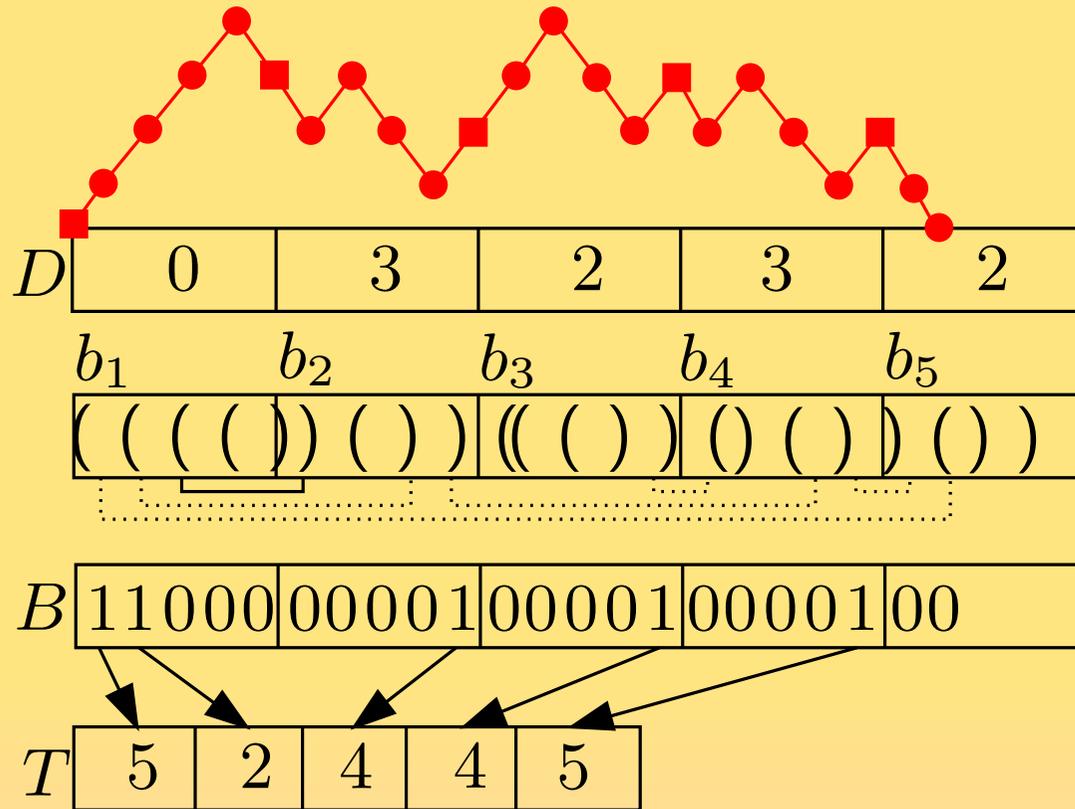
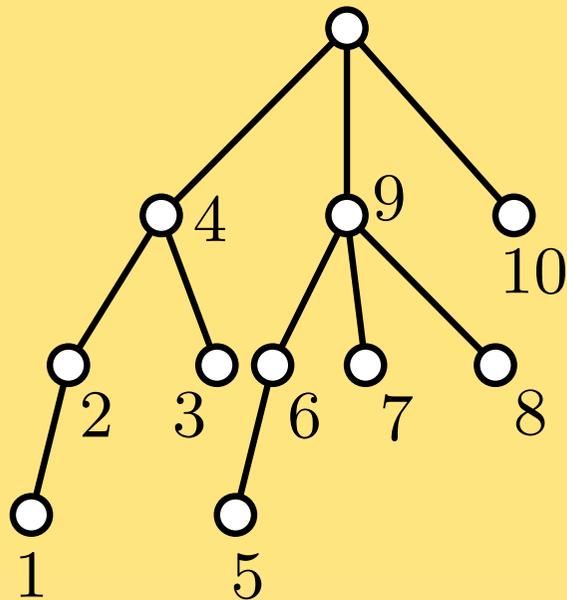
un codage compact (asymptotiquement optimal)

requêtes efficaces (en temps constant)

# Codage, compression et représentations compactes

(Jacobson, Focs89, Munro et Raman Focs97)

Pour le arbres et les mots de parenthèses... OUI



il est possible de tester en temps  $O(1)$  l'adjacence entre sommets  
ce codage est asymptotiquement optimal

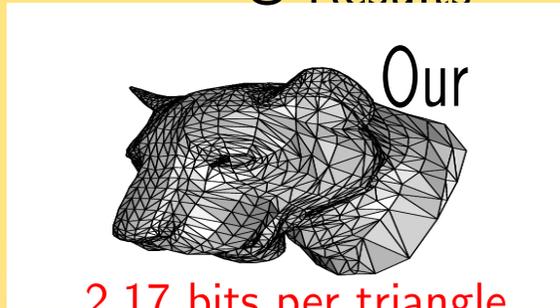
$2n + o(n)$  bits suffisent

On veut des représentations de ce type pour des structures géométriques

On veut des représentations de ce type pour des structures géométriques

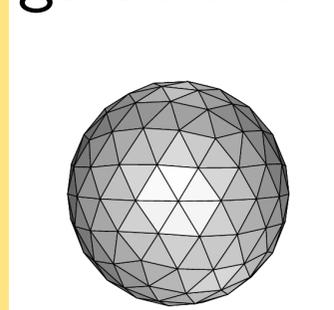
Les limites entropiques sont connues...

Triangulations à bord

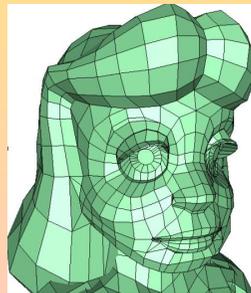


2.17 bits per triangle

Triangulations de la sphère



1.62 bits per triangle



cartes planaires 3-connexes  
(maillages polygonaux)

2 bits per edge

Peut-on les atteindre?

# Représentations compactes de maillages

**Théorème** (Castelli Aleari, Devillers, Schaeffer WADS05)

Pour des triangulations planaires à  $m$  triangles il existe une représentation succincte permettant le test d'adjacence en temps  $O(1)$  nécessitant

$$2.175m + O\left(m \frac{\lg \lg m}{\lg m}\right) = 2.175m + o(m) \text{ bits}$$

En genre supérieur  $g$  on a

$$2.175m + 36(g - 1) \lg m + O\left(m \frac{\lg \lg m}{\lg m} + g \lg \lg m\right) \text{ bits}$$

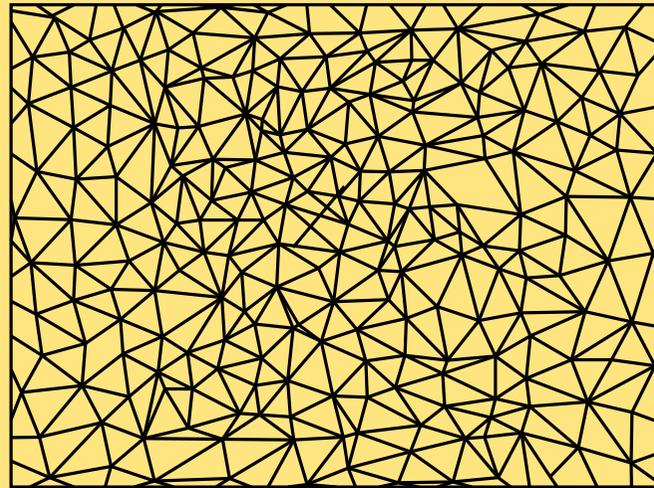
# Représentations compactes de maillages

## Notre schéma de représentation

Une représentation compacte pour les triangulations à bord

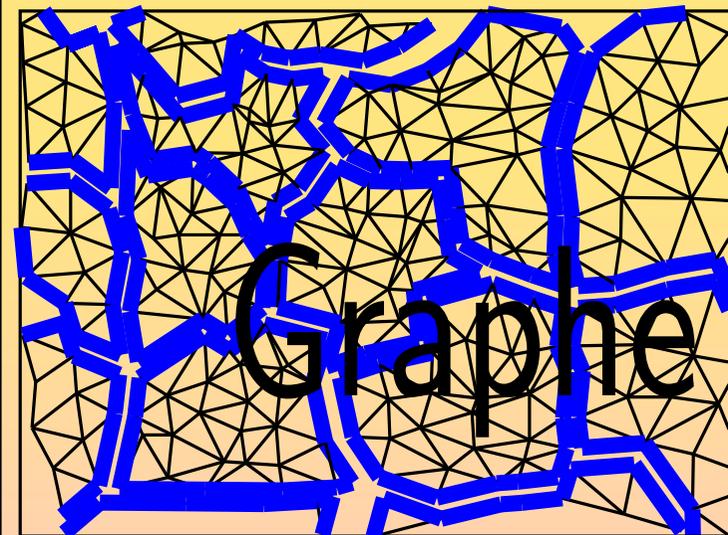
micro triangulations

$$\leq \frac{1}{4} \lg m$$

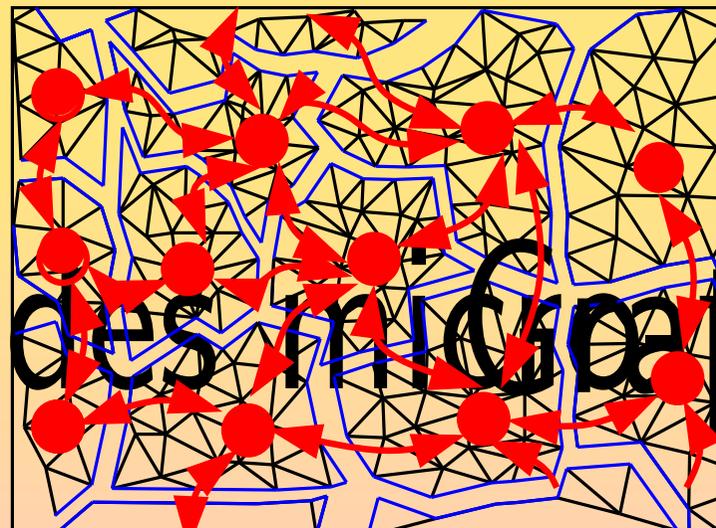


mini triangulations

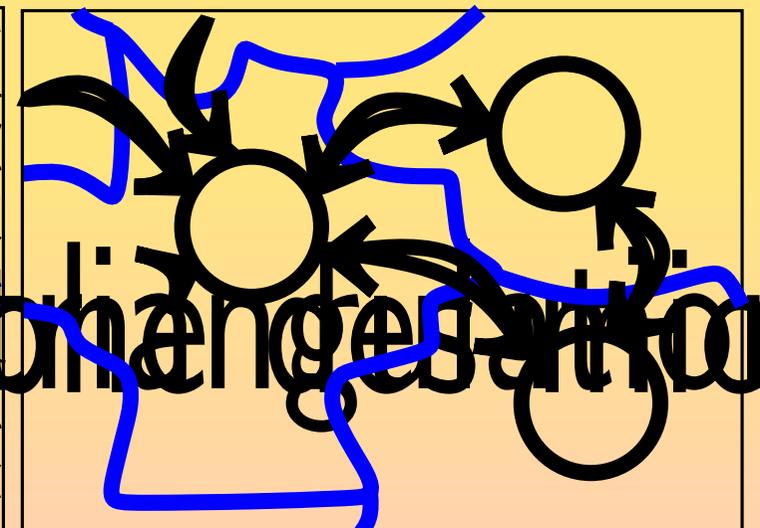
$$\Theta(\lg^2 m)$$



micro triangulations



graphe de micro  
triangulations



graphe de mini  
triangulations

# Représentations compactes de maillages

## Notre schéma de représentation

Une représentation compacte pour les triangulations à bord

$$\frac{m}{\log m}$$

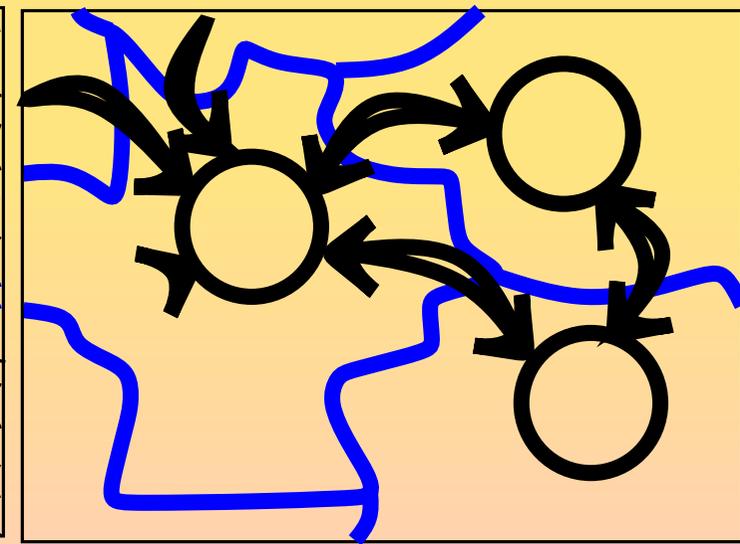
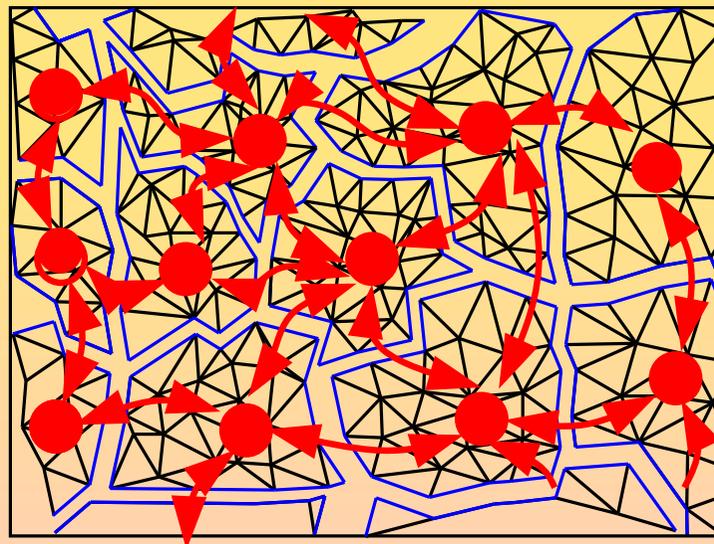
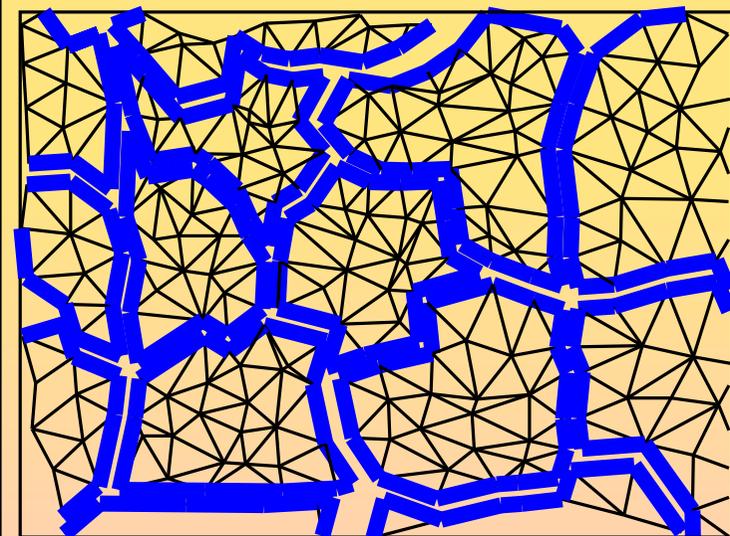
micro triangulations

$$O\left(\frac{m}{\log m} \log \log m\right) \text{ bits}$$

graphe  $G$

$$O\left(\frac{m}{\log^2 m} \log m\right) \text{ bits}$$

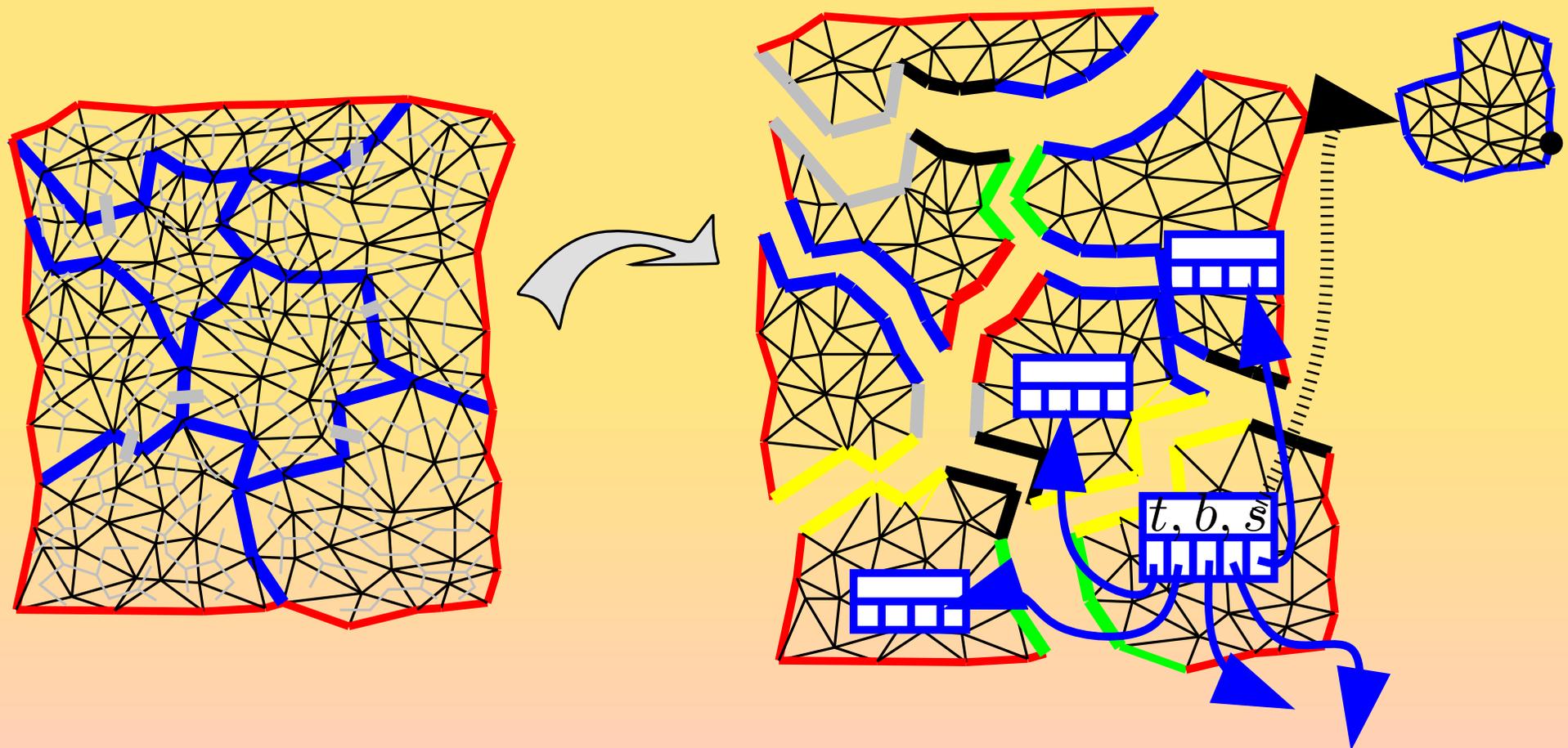
graphe  $F$



# Représentations compactes de maillages

## Notre schéma de représentation

Catalogue exhaustif des micro triangulations



# Représentations compactes de maillages

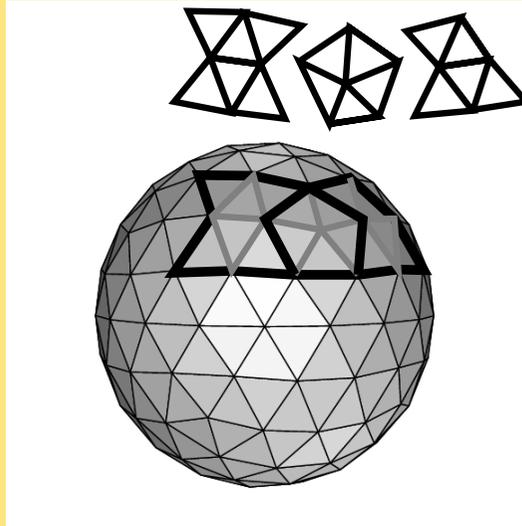
## Comparaison des résultats

| Codage                                     | requetes   | 3-connexe | triangulé |
|--------------------------------------------|------------|-----------|-----------|
| Jacobson (Focs89)                          | $O(\lg n)$ | $64n$     | $64n$     |
| Munro Raman (Focs97)                       | $O(1)$     | $8n + 2e$ | $7m$      |
| Chuang et al. (Icalp98)                    | $O(1)$     | $2e + 2n$ | $3.5m$    |
| Chiang et al. (Soda01)                     | $O(1)$     | $2e + 2n$ | $4m$      |
| Blandford et al. (Soda03)                  | $O(1)$     | $O(n)$    | $O(m)$    |
| <b>Castelli et al. (Wads05<br/>Cccg05)</b> | $O(1)$     | no        | $2.175m$  |
| <b>Castelli et al. (SoCG06)</b>            | $O(1)$     | $2e$      | $1.62m$   |

# Représentations compactes de maillages

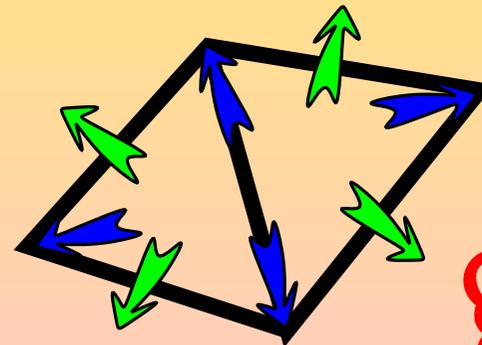
## Une version pratique implantable

(en collaboration avec Abdelkrim Mebarki CCCG06)



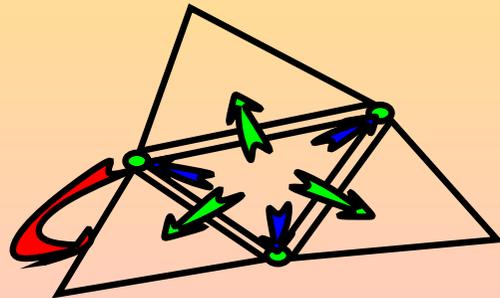
~~$\frac{1}{12} \log m$  to  $\frac{1}{4} \log m$~~

Catalog   
8 references par quad



gain 9/13

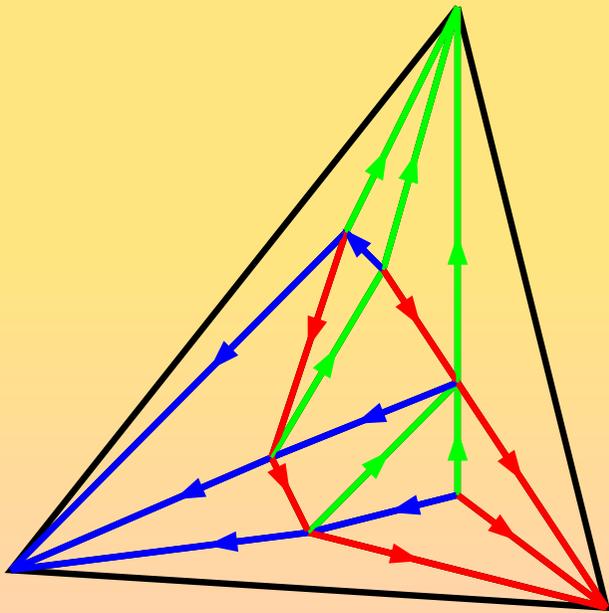
Structure usuelle  
6 references par triangle  
1 reference par sommet



Quelques autres directions explorées dans le projet

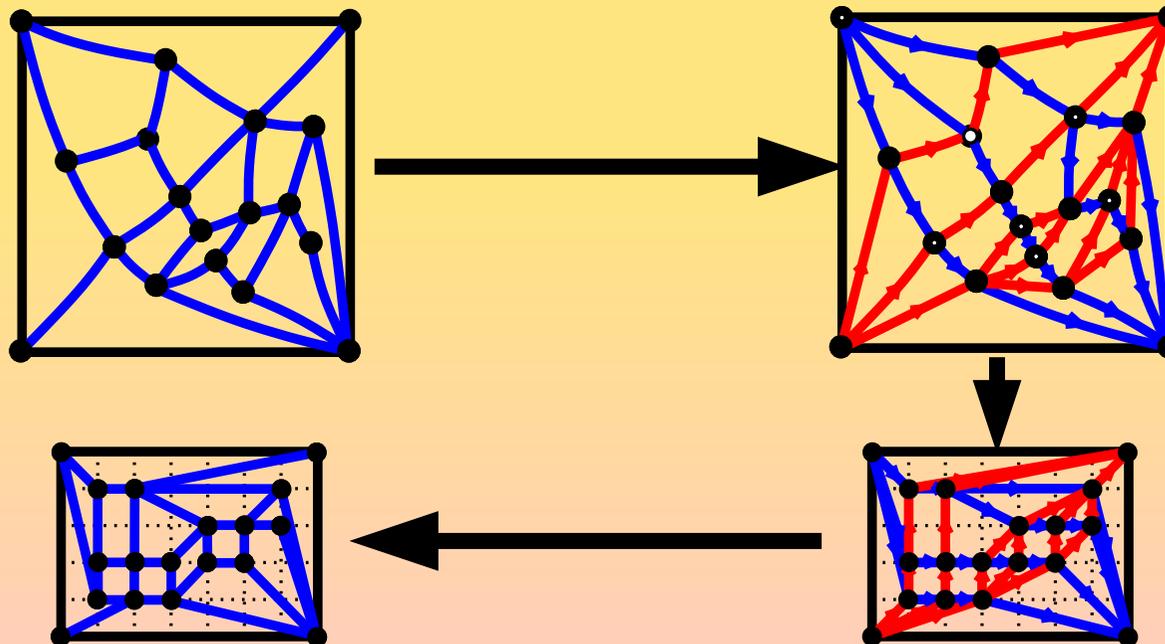
# Autres directions explorées

- Théorie des orientations contraintes
  - Orientations en genre supérieur (Bernardi)
  - Quasi orientations pour le tore (Labourel)



# Autre directions explorées

- Théorie des orientations contraintes et des couvertures par arbres
  - Orientations en genre supérieur (Bernardi)
  - Quasi orientations pour le tore (Labourel)
- Applications des orientations au dessin de graphes (Fusy GD06)



# Autre directions explorées

- Théorie des orientations contraintes
  - Orientations en genre supérieur (Bernardi)
  - Quasi orientations pour le tore (Labourel)
- Applications des orientations au dessin de graphes (Fusy)
- Étiquetage compact de graphes pour les requêtes d'adjacence (Labourel)
- Énumération, entropie et codage de familles de cartes (Bouttier, Di Francesco, Guitter)