

Méthodes d'optimisation séquentielles et parallèles

Bertrand Le Cun

Laboratoire PRiSM, Université de Versailles-Saint-Quentin

4 avril 2008

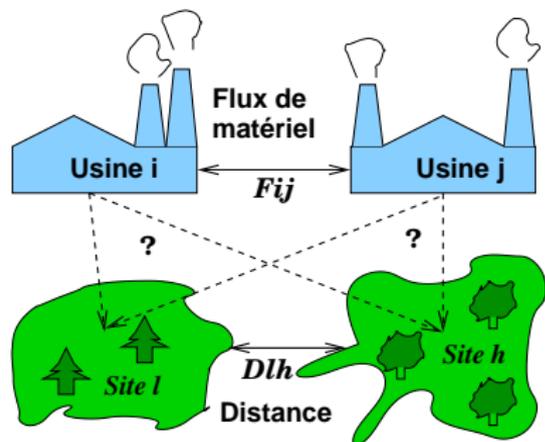
Optimisation Séquentielle et Parallèles

- 1 Prof : Catherine Roucairol.
- 2 MCF UVSQ : Karine Deschinkel, Ider Tsveendorj (HDR).
- 2 MCF Associés : Thierry Mautor (HDR, Cergy), Bertrand Le Cun (Paris10-Nanterre),

Thèmes

- Problèmes d'Optimisation académiques/appliqués
- Méthodes exactes (PL, Branch and X, ...), Méthodes heuristiques (Tabou, VNS, ...) Méthodes d'Optimisation Globale
- Parallélisme : Branch and X parallèles (Mémoire distribuée partagée).
- Logiciels libres !

Le problème d'Affectation Quadratique



Modélisation

$$\min \sum_i \sum_j \sum_k \sum_h d_{kh} f_{ij} x_{ik} x_{jh}$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_i x_{ik} = 1 \quad \forall k \in [1..n]$$

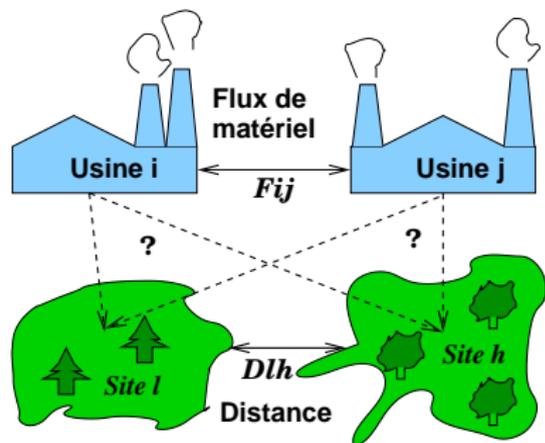
$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \in [1..n]$$

$$x_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \in [1..n]$$

$x_{ik} = 1$ si l'usine i est affectée au site k ,

$x_{ik} = 0$ sinon

Le problème d'Affectation Quadratique



Modélisation

$$\min \sum_i \sum_j \sum_k \sum_h d_{kh} f_{ij} x_{ik} x_{jh}$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_i x_{ik} = 1 \quad \forall k \in [1..n]$$

$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \in [1..n]$$

$$x_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \in [1..n]$$

$x_{ik} = 1$ si l'usine i est affectée au site k ,

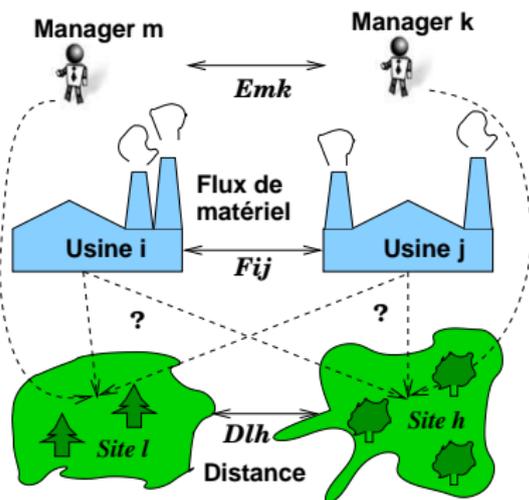
$x_{ik} = 0$ sinon

Résolutions

- Exactes : Branch and Bound, Bornes inférieures RLT1, RLT2 (Coopération avec la Wharton School Peter Hahn).
- Approchées : Meta-heuristiques.

Grande expertise, 3 thèses (C. Roucairol, T. Mautor, A. Djerrah).

Le problème d'Affectation Quadratique à 3 dimensions



Le problème

Problème où n usines et n managers doivent être placés sur n sites. Deux sites l et h sont à une distance de d_{lh} . Deux usines i et j échangent un volume f_{ij} de matières. Deux managers m et k ont un taux d'échange de e_{mk}

Le coût de placer une usine i et un manager m sur le site l et une autre usine j avec un autre manager k sur le site h , est de $e_{mk} \cdot d_{lh} \cdot f_{ij}$.

Remarques

- Problème provenant des réseaux de capteurs
- Coopération Wharton School

les VRP

- Un dépôt, des clients, des véhicules.
- Chaque client doit être servi par un véhicule (collecte, dépôt).
- Un véhicule ne peut servir qu'un sous-ensemble de clients
- Constitution de tournées : un véhicule part du dépôt sert ses clients puis revient au dépôt.
- Minimiser : les distances parcourues, le nombre de tournées...
- Contraintes : de fenêtres de temps, de capacité, de rayon d'action...

Les type de problèmes

- **Contrat pour La poste** : un VRP-CW, avec flotte hétérogène de véhicules, résolutions exactes (Branch and Price) et approchées (Tabou).
- **VRP Académique** : Le VRP-CW résolution exacte par branch and Cut.

2 thèses R. Mehti et E. Naudin

Reverse Logistics

- En plus de la livraison de nouveaux produits (re)manufacturés, les produits usagés doivent être collectés en vue de réparation, recyclage, ou élimination propre.
- Problème de type "Pick-up and Delivery", mais tournées complexifiées par les destinations des produits usagés.
- Les meilleures solutions sont souvent non hamiltoniennes

Résolution

- Approchée : Meta-heuristique.

Problème de découpe 2-D guillotine contraint

- soit un rectangle de taille $S = (L, W)$,
- n types de pièces rectangulaires $p_i = (l_i, w_i)$,
- chaque type de pièce a un profit c_i (surface $l_i \times w_i$),
- chaque pièce a une demande max de b_i .
- **But** : Coupe guillotine permettant de maximiser le profit

Méthode

- Fonction de branchement par combinaison de sous-problèmes.
- Branch and Bound et non plus A*.

Problèmes d'optimisation en curiethérapie

- **Objectif** : Apporter une aide à des médecins pour construire des plans de traitement plus efficaces et moins "destructeurs" en curiethérapie (traitement des tumeurs cancéreuses).
- **Problème** : Trouver le nombre et la position des cathéters ainsi que les positions et les temps d'arrêt de la source radioactive dans chacun d'eux pour fournir le "meilleur" plan de traitement
- **Modèle** : Programme linéaire
- **Méthode** : Simplexe
- **Réalisation** : Logiciel graphique Isodose 3D (http://www.prism.uvsq.fr/~fgalea/index.php?page=isodose_3d)
- **Partenaire** : G. Boisserie, Unité de Physique du service de radiothérapie de l'hôpital de la Pitié-Salpêtrière

Problèmes d'optimisation en curiethérapie

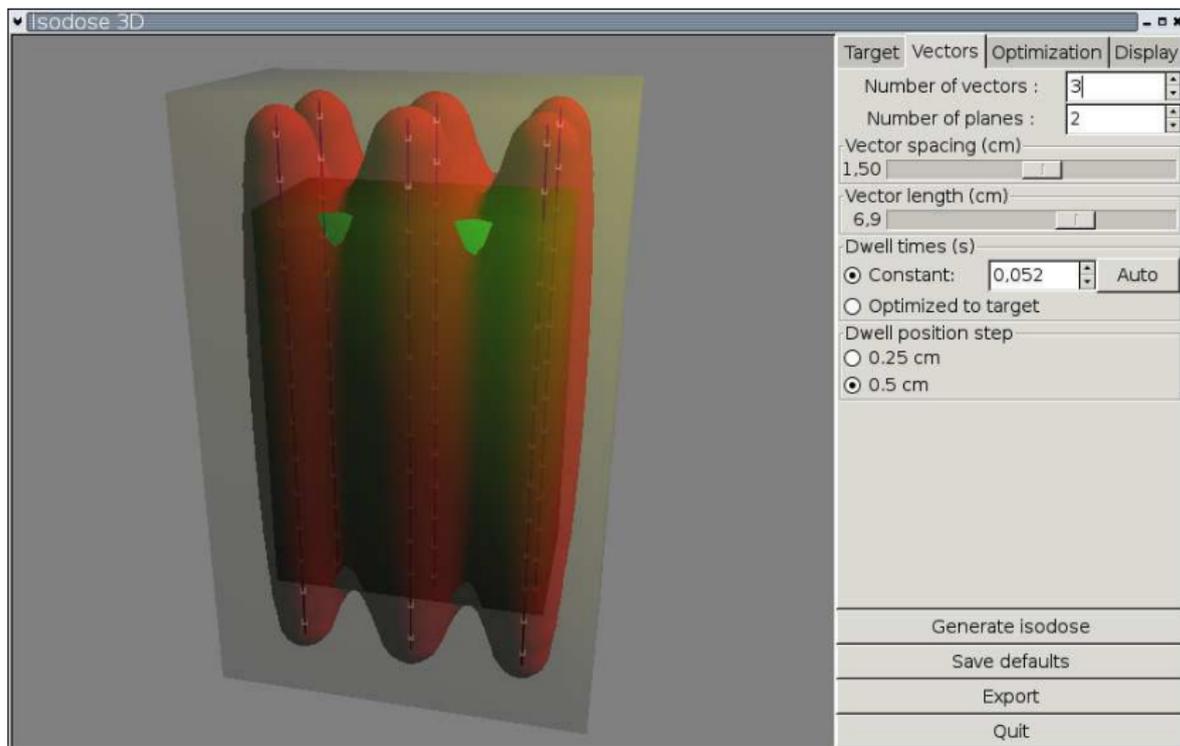


FIG.: Vue générale de l'interface Isodose3D

Problèmes d'optimisation de registres en présence de parallélisme d'instructions

- **Objectif** : Mettre à profit les techniques de recherche opérationnelle au service d'un domaine de haute technologie, à savoir l'utilisation efficace des nouveaux processeurs à parallélisme d'instructions.
- **Problème** : Pour une période p fixée, trouver un ordonnancement périodique de tâches cycliques réalisable avec un nombre minimal de registres utilisés
- **Modèle** : Programme linéaire en nombre entiers

Problèmes d'optimisation de registres en présence de parallélisme d'instructions

- **Méthodes :**

- ▶ Méthode exacte (Branch and bound, méthode de décomposition) : résolution possible pour des instances de moins de 12 tâches
- ▶ Méthode approchée : heuristique intégrant la résolution d'un problème d'affectation linéaire

- **Réalisations :**

- ▶ Enrichissement de la librairie DDG développée par l'équipe ARPA avec de nouveaux modules d'optimisation
- ▶ Intégration de la méthode approchée dans un compilateur pour des processeurs embarqués

- **Partenaires :** Equipe ARPA (UVSQ), INRIA-Futurs, ST-Microelectronics
Projet de recherche Digiteo "Optimizing Low Level Embedded Codes"

Arrangement linéaire des graphes d'intervalles

- **Objectif** : résoudre de manière exacte un problème d'arrangement linéaire sur des graphes d'intervalles pour lequel un algorithme d'approximation a été trouvé.
- **Problème** : trouver une numérotation L des sommets du graphe de manière à minimiser $\sum_{(u,v) \in E} |L(u) - L(v)|$
- **Modèle** : Programme linéaire entier mixte, programme d'affectation quadratique
- **Méthode** : Branch and Bound, RLT1
- **Partenaire** : J. Cohen (LORIA/CNRS Nancy)

Problème

- Améliorer l'efficacité/l'utilité des filtres anti-spam
- Mieux prendre en compte les spécificités du problème de spam (classification contre un adversaire cherchant à déjouer le filtrage, importance des faux-positifs, besoin d'automatisation plus important que dans d'autres domaines de classification, etc.)
- Que peuvent apporter les outils de la RO aux filtres anti-spam ?

But

- Meta-heuristiques de recherche de sous-ensembles d'apprentissage optimal.
- Heuristique de sélection des données intéressantes en termes d'apprentissage dans un contexte en ligne, où le filtre est déployé et où la vision "corpus" se transforme en une vision "flot" de messages.

Thèse en cours D. Colin

Optimisation Globale

- Conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité globale,
- Algorithmes d'amélioration de solutions locales, La question fondamentale d'optimisation globale est “**Comment améliorer une solution locale, en cas de non optimalité?**”.

Nous développons une **méthode d'ajout de morceaux convexes (PATCH)** qui consiste à ajouter un morceau convexe dans la fonction objectif pour quitter la région d'une solution locale.

- Ce que l'optimisation globale pourrait apporter à la résolution de problèmes d'optimisation combinatoire et d'applications industrielles. Une séquence de problèmes convexes permet d'obtenir une statistique pour les solutions locales de problèmes combinatoires. Nous en avons déduit une heuristique dite **de chemin de confiance (TBP)** basée sur cette statistique.

Coopération avec l'INRIA

Exactes

- Programmation Dynamique
- Branch and Bound,
 - ▶ Evaluation de sous-problèmes avec ou sans Programmation Linéaire.
 - ▶ Génération de colonnes (Branch and Price)
 - ▶ Génération coupes génériques et/ou spécifiques (Branch and Cut)

Méthodes approchées

- Tabou
- VNS
- Scatter search

Méthodes Approchées

- Au coup par coup sur le triplet Problème/Heuristique/Machine.

Méthodes Exactes

- Différents problèmes, différentes méthodes, différentes machines
- Modèle unifié de programmation parallèle de ces méthodes.

Logiciels

Interface

- <https://software.prism.uvsq.fr/glop/>
- Bibliothèque d'interface avec des solveurs de programmation linéaire.
- Même But que Coin-Osi

Fonctionnalités

- Programmation Linéaire, Programmation Linéaire en nombres entiers, Programmation Mixte.
- Glpk, lp_solve, Clp, Cplex, Xpress.
- Langages C, C++.

Génération de Coupes génériques

- Intégrée à glop.
- <https://software.prism.uvsq.fr/glop/>
- Même but que Coin-Cgl

Fonctionnalités

- Mixed Integer Rounding cuts, Flow Cover cuts, Lift & Project cuts, Fractional Gomory cuts, Mixed Integer gomory cuts, Knapsack Cover cuts.
- Langages C, C++.

Thèse CIFRE C. Louat

Bob++

- Environnement pour écrire des Branch and Bound séquentiels et/ou parallèles.
- Evaluation de sous-problèmes avec ou sans PL (Glop).
- Génération coupes génériques (Glock) et/ou spécifiques (Branch and Cut)
- <http://software.prism.uvsq.fr/bobpp/>

Environnements parallèles

Thread Posix, MPI, Kaapi.

Applications

Qap, Permutation Flowshop, Mixed Integer Programs

Anciens

- ACI-Grid : Doc-G Optimisation Combinatoire sur Grille de calculs
- e-Toile : Installation, déploiement, et test de middleware de grille de calcul sur architecture réelle.

Actuel

- Anr-CICG-05-006 Choc : Suite de Doc-G, Coopération exactes approchées.
 - ▶ Partenaire PRiSM (Coordinateur)
 - ▶ Partenaire Dolphin (Lille)
 - ▶ Partenaire Moais (Grenoble)
 - ▶ Partenaire G-Scop (Grenoble)