ΨΑΜΜΙΤΗΣ

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

ΨΑΜΜΙΤΗΣ

I. Οἴονταί τινες, βασιλεῦ Γέλων, τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει· λέγω δὲ οὐ μόνον τοῦ περὶ Συρακούσας τε και τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάν τε ὀικημέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. ᾿Εντί τινες δέ, οἳ αὐτὸν ἄπειορον μὲν εἶμεν οὐχ ὑπολαμβάνοντι, μηδένα μέντοι ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν ἀριθμόν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Οἱ δὲ οὕτως δοξάζοντες δῆλον ὡς, εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου ταλικοῦτον ὄγκον συγκείμενον τὸ μέγεθος, ἁλίκος ὁ τᾶς γᾶς ὄγκος ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν τε πελάγεων πάντων και τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς εἰς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀπέων, πολλαπλασίως μὴ γνώσονται μηδένα κα ῥηθῆμεν ἀριθμὸν ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. ᾿Εγὼ δὲ πειρασοῦμαί τοι δεικνύειν δι' ἀποδείξιων γεομετρικᾶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐκδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις ὑπερβάλλοντί τινες ὀυ μόνον τὸν ἀριθμὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ γᾷ πεπληρωμένᾳ, καθάπερ εἴπαμες, ἀλλὰ καὶ τὸν τοῦ μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. Κατέχεις δὲ δι' οτι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν πλείστων ἀστρολόγων ἁ σφαῖρα, ἆς ἐστι κέντρον, μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον, ἁ δὲ ἐκ τοῦ κεντρου ἴσα τᾷ εὐθείᾳ τα μεταξὺ τοῦ κεντρου τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κεντρου τᾶς γᾶς· ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων δείξεσι διάκουσας. ᾿Αρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος ὑποθέσιών τινῶν ἐξέδωκεν γραφάς, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. Ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανέα τῶν ἄστρων καὶ τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον, τὰν δὲ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος, τὰν δὲ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἁλίῳ κειμέναν τῷ μεγέθει τηλικαύταν εἶμεν, ὥστε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἀποστασίαν, οἵαν ἔχει τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν. Τοῦτό γ' εὔδηλον ὡς ἀδύνατόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό. Ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε· ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομες ὥσπερ εἶμεν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾇ ἐστιν ὁ κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν· τὰς γὰρ ἀποδείξιας τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένῳ ἐναρμόζει, καὶ μάλιστα φαίνεται τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾇ ποιεῖται τὰν γᾶν κινουμέναν, ἴσον ὑποτίθεσθαι τῷ ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. Φαμὲς δή, καὶ εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσειν τῶν ἐν ἀρχᾷ ἀριθμῶν τῶν κατονομαξίαν ἐχόντων ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν ἀριθμὸν τὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημενᾳ σφαίρᾳ, ὑποκειμένων τῶνδε·

πρῶτον μὲν τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν ὡς $\overline{\tau}$ μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω, καίπερ τινῶν πεπειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καὶ τὺ παρακολουθεῖς, ἐοῦσαν αὐτὰν ὡς $\overline{\lambda}$ μυριάδων σταδίων. ᾿Εγὼ δ᾿ ὑπερβαλλόμενος καὶ θεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένου τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν ὡς $\overline{\tau}$ μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω· μετὰ δὲ τοῦτο τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα ε῎μεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἅλιου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ὁμοίως τὰ αὐτὰ λαμβάνων τοῖς πλείστοις τῶν προτέρων ἀστρολόγων· μετὰ δὲ ταῦτα τὰν διάμετρον τοῦ ἅλιου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν καὶ μὴ μείζονα, καίπερ τῶν προτέρων ἀστρολόγων Εὐδόξου μὲν ὡς ἐννεαπλασίονα ἀποφαινομένου, Φεδία δὲ τοῦ ἁμοῦ πατρὸς ὡς δὴ δωδεκαπλασίαν, ᾿Αριστάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν ὅτι ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ ἅλιου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας μείζων μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλασίων, ἐλάττων δὲ ἢεἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ προκείμενον ἀναμφιλόγως ᾖ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν καὶ μὴ μείζονα· ποτι δὲ τούτοις τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ είς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένον τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην ὀργανικῶν λαβεῖν τὰν γωνίαν, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτι τᾷ ὄψει. Τὸ μὲν οὖν ἀκριβὲς λαβεῖν οὐκ εὐχερές ἐστι διὰ τὸ μήτε τὰν ὄψιν μήτε τὰν χεῖρας μήτε τὰ ὄργανα, δι᾿ ὧν δεῖ λαβεῖν, ἀξιόπιστα εἶμεν τὸ ἀκιβὲς ἀποφαίνεσθαι· περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐκ εὔκαιρον μακύνειν ἄλλως τε καὶ πλεονάκις τοιούτων ἐμπεφανισμένων· ἀποχρὴ δέ μοι ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου γωνίαν λαβεῖν, ἅτις ἐστι μὴ μείζων τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, ἅτις ἐστι οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτι τᾷ ὄψει. Τεθέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πόδα ὀρθὸν ἐν τόπῳ κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν ἀνατέλλων ὁ ἅλιος ὁρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος καὶ τθέντος ἐπὶ τὸν κανόνα ὀρθοῦ εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ ἁλιου, ἔπειτ' ἐόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ ὁρίζοντι καὶ δυναμένου ἀντιβλέπεσθαι ἐπεστράφη ὁ κανὼν είς τὸν ἅλιον, καὶ ἁ ὄψις κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος ἐν μέσω ͵ κείμενος τοῦ τε ἁλίου καὶ τᾶς ὄψιος ἐπεσκότει τῷ ἁλίῳ.

᾿Αποχωριζόμενος οὖν [τοῦ κυλίνδρου] ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ ἄρχατο παραφαίνεσθαι τοῦ ἁλίου μικρὸν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου, κατεστάθη ὁ κύλινδρος. Εἰ μὲν οὖν συνέβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέπειν, εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάσσων κα ἧς τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, διὰ τὸ παραβλέπεσθαί τι τοῦ ἁλίου ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου· ἐπει δ' αἱ ὄψιες οὐκ ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος, ᾿ἐλάφθη τι μέγεθος στρογγύλον οὐκ ἔλαττον ὄψιος, καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τὸπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἐπιψαυουσᾶν τοῦ τε μεγέθεος καὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ οὖν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἧς τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος τόνδε τὸν τρόπον εὑρίσκεται· δύο κυλίνδρια λαμβάνεται λεπτὰ ἰσοπαχέα ἀλλάλοις, τὸ μὲν λευκόν, τὸ δὲ οὔ, καὶ προτίθενται πρὸ τᾶς ὄψιος, τὸ μὲν λευκὸν ἀφεστακὸς ἀπ' αὐτᾶς, τὸ δὲ οὐ λευκὸν ὡς ἔστιν ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ θιγγάνειν τοῦ προσώπου. Εἰ μὲν οὖν κα τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτότερα ἔωντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται ὑπὸ τᾶς ὄψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον καὶ ὁρῆται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λευκόν, εἰ μέν κα παρὰ πολὺ λεπτότερα ἔωντι, πᾶν, εἰ δέ κα μὴ παρὰ πολύ, μέρεά τινα τοῦ λευκοῦ ὁρῶονται ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐγγὺς τᾶς ὄψιος, λαφθέντων δὲ τῶνδε τῶν κυλινδρίων ἐπιταδείων πως τῷ πάχει ἐπισκοτεῖ τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ καὶ οὐ πλείονι τόρῳ· τὸ δὴ ταλικοῦτον μέγεθος, ἁλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν κυλινδρίων τῶν τοῦτο ποιούντων, μάλιστά πώς ἐστιν οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος. Ἁ δὲ γωνία ἁ οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη· ἀποσταθέντος ἐπι τοῦ κανονίου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος οὕτως, ὡς ἐπισκοτεῖν τὸν κύλινδρον ὅλῳ τῷ ἁλίῳ, καὶ ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν οὐκ ἐλάττων γίνεται τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ταῖς δὴ γωνίας ταῖς οὕτως λαφθείσας καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίαις ἐγένετο ἁ ἐν στίγῳ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\rho\xi\delta}$ ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων, ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\sigma}$ μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\text{ρξδ}}$ τούτων ἓν μέρος, μείζων δὲ ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\text{σ}}$ τούτων ἓν μέρος. Πεπιστευμένων δὲ τούτων δείκνυται ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν έν τῷ κόσμῳ. Νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τοῦ κεντρου τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἐόντος τοῦ ἁλίου, τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβληθὲν ἐπίπεδον τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν ΑΒΓ κύκλον, τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν ΔΕΖ, τὸν δὲ ἅλιον κατὰ τὸν ΣΗ κύκλον, κέντρον δὲ ἔστω τᾶς μὲν γᾶς τὸ Θ, τοῦ δὲ ἁλίου τὸ Κ, ὄψις δὲ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ΣΗ κύκλου ἀπὸ μὲν τοῦ Δ αἱ ΔΛ, ΔΞ, ἐπιψαυόντων δὲ δατὰ τὸ Ν καὶ τὸ Τ, ἀπὸ δὲ τοῦ Θ αἱ ΘΜ, ΘΟ, ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Χ καὶ τὸ Π, τὸν δὲ ΑΒΓ κύκλον τεμνόντων αἱ ΘΜ, ΘΟ κατὰ τὸ Α καὶ τὸ Β· ἔστι δὴ μείζων ἁ ΘΚ τᾶς ΔΚ, ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἐστὶ τᾶς γωνίας τᾶς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ. Ἁ δὲ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων μέν ἐστι ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς $\overline{\text{ρξδ}}$ τούτων ἓν μέρος· ἴσα γάρ ἐστιν τᾷ γωνίᾳ, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔξουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς $\overline{\text{ρξδ}}$ τούτων ἓν μέρος, ἁ δὲ ΑΒ εὐθεῖα ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας ἐς $\overline{\text{χνϛ}}$. Ἁ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγωνίου περίμετρος ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ τὰ $\overline{\mu\delta}$ ποτὶ τὰ $\overline{\zeta}$ διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίου ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάττονα λόγου ἔχειν ἢ τὰ $\overline{\mu\delta}$ ποτὶ τὰ $\overline{\zeta}$· ἐπίστασαι γὰρ δεδειγμένον ὑφ' ἁμῶν ὅτι παντὸς κύκλου ἁ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τᾶς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, ταύτας δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἁ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγωνίου· ἐλάττω οὖν λόγον ἔχει ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΘΚ ἢ τὰ $\overline{\iota\alpha}$ ποτὶ τὰ $\overline{{}_{,}\alpha\rho\mu\eta}$· ὥστε ἐλάττων ἐστὶν ἁ ΒΑ τᾶς ΘΚ ἢ ἑκατοστὸν μέρος. Τᾷ δὲ ΒΑ ἴσα ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου, διότι καὶ ἁ ἡμίσεια αὐτᾶς ἁ ΦΑ ἴσα ἐστὶ τᾶ ΚΡ· ἰσᾶν γὰρ ἐουσᾶν τᾶν ΘΚ, ΘΑ ἀπὸ τῶν περάτων κάθετοι ἐπιζεύγνυνται ὑπὸ τὰν αὐτὰν γωνίαν· δῆλον οὖν ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. Καὶ ἁ ΕΘΥ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ ΣΗ κύκλου, ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ ΔΕΖ κύκλος τοῦ ΖΗ κύκλου· ἐλάττονες ἄρα ἐντὶ ἀμφότεραι αἱ ΘΥ, ΚΣ ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ· ὥστε ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν ΥΣ ἐλάττονά λόγον ἔχει ἢ τὰ $\overline{\rho}$ ποτὶ τὰ $\overline{\text{ϙ}\theta}$. Καὶ ἐπεὶ ἁ μὲν ΘΚ οὐκ ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ΘΠ, ἁ δὲ ΣΥ ἐλάττων τᾶς ΔΤ, ἐλάττω ἄρα κα λόγον ἔχοι ἁ ΘΠ ποτὶ τὰν ΔΤ ἢ τὰ $\overline{\rho}$ ποτὶ τὰ $\overline{\text{ϙ}\theta}$. Ἐπεὶ δὲ τῶν ΘΚΡ, ΔΚΤ ὀρθογωνίων ἐόντων αἱ μὲν ΚΡ, ΚΤ πλευραὶ ἴσαι ἐντὶ, αἱ δὲ ΘΡ, ΔΤ ἀνίσοι καὶ μείζων ἁ ΘΡ, ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΤ, ΔΚ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΠ, ΘΚ μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν ΔΚ, ἐλάττων δὲ ἢ ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ· εἰ γάρ κα δυῶν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἅτεραι πλευραὶ αἱ περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ἴσαι ἔωντι, αἱ δὲ ἅτεραι ἄνισοι, ἁ μείζων γωνία τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν ὑπὸ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ὑποτεινουσᾶν ποτὶ τὰν ἐλάττονα, ἐλάττονα δὲ ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ποτὶ τὰν ἐλάττονα. Ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΟ, ΘΜ ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ, ἅτις ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ $\overline{\rho}$ ποτὶ $\overline{\text{ϙθ}}$· ὥστε καὶ ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ $\overline{\rho}$ ποτὶ τὰ $\overline{\text{ϙθ}}$. Καὶ ἐπεί ἐστιν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, εἶν κα ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς δισμύρια τούτων $\overline{\text{ϙθ}}$ μέρεα· ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\sigma}$ και $\overline{\gamma}$ τούτων ἓν μέρος. Ἁ ἄρα ΒΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διηρημένας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας εἰς $\overline{\text{ωιβ}}$. Τᾷ δὲ ΑΒ ἴσα ἐντὶ ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος· δῆλον οὖν ὅτι μείζων ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς.

II. Τούτων δὲ ὑποκειμένων δείκνυται καὶ τάδε· οἷον ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων, καὶ ἔτι ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριαδες $\overline{\rho}$. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μὴ μείζων εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζων εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Πάλιν δέ, ἐπεὶ ἐδειχθη ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ, φανερὸν ὅτι ἁ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰρημένου ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ ἁλίου. Ἁ δὲ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς· ὥστε ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ἐπεὶ οὖν ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου τᾶς μὲν διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ διαμέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται γάρ τοι διότι παντὸς κύκλου ἁ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίου τᾶς περιμέτρου, ὅ κα ἰσόπλευρον ᾖ καὶ πολυγωνότερον τοῦ ἑξαγώνου ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ· εἴν κα ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ἁ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται· ὅτι δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες $\overline{\rho}$ ἐκ τούτου δῆλον· ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἁ δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία τᾶς διαμέτρου διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου, δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων $\overline{\rho}$ μυριάδες. Ἐπεὶ οὖν ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ πυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, δῆλον ὡς ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες $\overline{\rho}$. Περὶ μὲν οὖν τῶν μεγεθέων καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι, περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε· εἴ κα ᾖ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ μέζονα εἶμεν μυρίων, καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ τετρωκοστομόριον δακτύλου. Ὑποτίθεμαι δὲ τοῦτο ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον· ἐτέθεν ἐπὶ κανόνα λεῖον μάκωνες ἐπ' εὐθείας ἐπὶ μίαν κείμεναι ἁπτόμεναι ἀλλαλᾶν, καὶ ἀνέλαβον αἱ $\overline{\kappa\epsilon}$ μάκωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μάκεος. Ἐλάττονα οὖν τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος ὑποτίθεμαι ὡς τετρωκοστομόριον εἶμεν δακτύλου καὶ μὴ ἐλάττονα βουλόμενος καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατα δείκνυσθαι τὸ προκείμενον.

III. Ἃ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα· χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν, ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περιτετευχότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον. Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα, καὶ ὑπὲρ τὸ τῶν μυρίων [μὲν] ἀποχρεόντως γιγνώσκομες μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἔστε ποτὶ τὰς μυρίας μυριάδας. Ἔστων οὖν ἁμῖν οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι καλούμενοι, τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μύριαι μυριάδες μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων τῶν δευτέρων μονάδες καὶ ἐκ τᾶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τρίτων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων τῶν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες καὶ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ τῶν τετάρτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἐχόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Ἀποχρέοντι μὲν οὖν καὶ ἐπὶ τοσοῦτον οἱ ἀριθμοὶ γιγνωσκόμενοι, ἔξεστι δὲ καὶ ἐπὶ πλέον προάγειν. Ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδου καλούμενοι, ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς πρώτας περιόδου μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τᾶς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τᾶς δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος μονὰς καλείσθω δευτέρας πειόδου τρίτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ πρόαγοντες τὰ ὀνόματα ἐχόντων τᾶς δευτέρας περιόδου ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς δευτέρας περιόδου μονὰς καλείσθω τρίτας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστᾶς περιόδου μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Τούτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων, εἰ κα ἔωντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἑξῆς κείμενοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκὰς ᾖ, ὀκτὼ μὲν αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται, οἱ δὲ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων καλουμένων, καὶ οἱ ἄλλοι τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐσσοῦνται τᾷ ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. Τᾶς μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὁ ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χίλιαι μυριάδες, τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶν τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται· οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.

῾Ο δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· οὗτος δέ ἐστιν μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ πολλοσταὶ ὀκτάδες ἑξοῦντι ὡς εἴρηται. Χρήσιμο δέ ἐστι καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. Εἴ κα ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων πολλαπλασιάζωντί τινες ἀλλάλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπέχων ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὅσους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογου ἀπέχει, ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους. Ἔστων γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνάλογον ἀπὸ μονάδος οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, Κ, Λ, μονὰς δὲ ἔστω ὁ Α, καὶ πεπολλαπλασιάσθω ὁ Δ τῷ Θ, ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ Χ. Λελάφθω δὲ ἐκ τῆς ἀναλογίας ὁ Λ ἀπέχων ἀπὸ τοῦ Θ τοσούτους, ὅσους ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· δεικτέον ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Χ τῷ Λ. ᾿Επεὶ οὖν ἀνάλογον ἐόντων ἀριθμῶν ἴσους ἀπέχει ὅ τε Δ ἀπὸ τοῦ Α καὶ ὁ Λ ἀπὸ τοῦ Θ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ Δ ποτὶ τὸν Α, ὃν ὁ Λ ποτὶ τὸν Θ. Πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ Δ τοῦ Α τῷ Δ· πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ Λ τοῦ Θ τῷ Δ· ὥστε ἴσος ἐστὶν ὁ Λ τῷ Χ. Δῆλον οὖν ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς ἀναλογίας τέ ἐστιν καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους ἴσους ἀπέχων, ὅσους ὁ ἐλάττων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος οἱ Δ, Θ· οἱ μὲν γὰρ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τοσοῦτοί ἐντι, ὅσους ὁ Θ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, οἱ δὲ Ι, Κ, Λ ἑνὶ ἐλάττονες ἢ ὅσους ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· σὺν γὰρ τῷ Θ τοσοῦτοί ἐντι.

IV. Τούτων δὲ τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀκοδεδειγμένων, τὸ προκείμενον δειχθήσεται. ᾿Ειπὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τετρωκοστομόριον δακτύλου, δῆλον ὡς ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον οὐ μείζον ἐστὶν ἢ ὥστε χωρεῖν μάκωνας ἑξακισμυρίας καὶ τετρακισχιλίας· τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρωκοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶν τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ· δέδεικται γάρ τοι ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ ἀλλάλα τᾶν διαμέτρων. ᾿Επεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν τοῦ εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, δῆλον ὡς, εἰ πληρωθείη ψάμμου ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, οὐ μείζων κα εἶν ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακισχίλια. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε $\overline{ϛ}$ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλιαι· ἐλάσσων οὖν ἐστιν ἢ $\overline{ι}$ μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ῾Α δὲ τῶν $\overline{ρ}$ δακτύλων ἔξουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα πολλαπλασία ἐστὶν τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας τὰν διάμετρον σφαίρας ταῖς $\overline{ρ}$ μυριάδεσσιν διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων τὰς σφαίρας. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων $\overline{ρ}$, δῆλον ὡς ἐλάττων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. ᾿Επειὶ δ’ αἱ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἐν τᾷ τῶν δεκαπλασίων ὅρων ἀναλογίᾳ, αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἀριθμὸς ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος· δέδεικται γὰρ ὅτι ἑνὶ ἐλάσσονα ἀπέχει ἀπὸ τᾶς μονάδος ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλαλους. Τῶν δὲ ἑκκαίδεκα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν χίλιαι μυριάδες δευτέρων ἀρθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἶσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ̄ δακτύων ἐχούσα ͵ ἔλαττόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα ἁ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον πολλαπλασία ἐστιν τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ρ̄ δακτύλων τᾶις ρ̄ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα σφαῖρα τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. ᾿Επεὶ δ’ αἱ μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες ἑκκαιδέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιεικοστὸς τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τούτους τῶν δευτέρων καλουμένων, οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τῶν τρίτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσα ͺ μυρίων δακτύλων ἔλασσόν ἐστὶν ἢ ῑ μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. Καὶ ἐπει ἐλάσσων ἐστὶν ἁ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δῆλον ὅτι καὶ τὸ τοῦ ψάμμου πλ˜θος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσα ͺ σταδιαίαν ἐλασσόν ἐστιν ἢ ῑ μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ̄ σταδίων πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ̄ σταδίων, δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δυοκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ὀκτωκαιεικοστὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογιας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ ὀκτὼ καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν τετάρτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων $\overline{\rho}$ ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον μυρίων σταδίων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς διάμετρον μυρίων σταδίων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων $\overline{\rho}$ ταῖς $\overline{\rho}$ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων, δῆλον ὅτι ἐλασσον ἐσσεῖται τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων, δῆλον ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶς ταῖς $\overline{\rho}$ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν τετάρτων χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεκστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δ' ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς αναλογίας, δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντι, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τετάρτων, οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυ´ριων ἔλασσον ἐσσεῖται ἢ $\overline{\iota}$ μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων $\overline{\rho}$ μυριάδων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυρίων ταῖς $\overline{\text{ρ}}$ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων $\overline{\text{ρ}}$ μυριάδων, δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς $\overline{\text{ρ}}$ μυριάιδεσσιν. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες τέταρτός ἐστι καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ $\overline{\text{ρ}}$ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἐσσεῖται τετρωκοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ ταῦτα ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ὀκτὼ τῶν τετάρτων, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσα ͵ σταδίων $\overline{\text{ρ}}$ ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριτημῶν. Ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριᾶν μυριάδων πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων $\overline{\text{ρ}}$ μυριάδων ταῖς $\overline{\text{ρ}}$ μυριάδεσσιν. Εἰ δὴ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριᾶν μυριάδων, φανερὸν ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς $\overline{\text{ρ}}$ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες τετρωκοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρωκοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τούτους τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τετάρτων, καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων, οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι ῑ μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ, σταδίων μυριάδων μυριᾶν ἐλασσόν ἐστιν ἢ ῑ μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. Ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄ πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων μυριάδων μυριᾶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄, φανερὸν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν ῑ μυριάδων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες ἕκτος καὶ τετρωκοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Τῶν δὲ δύο καὶ πεντήκοντα τούτων οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι οἵ τε πρῶτοι καλούμενοι ἐντὶ καὶ οἱ δεύτεροι καὶ τρίτοι καὶ τέταρτοι καὶ πέμπτοι καὶ ἕκτοι, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν ἑβδόμοων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσα¸ σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̅ ἔλασσόων ἐστιν ἢ ͵α̅ μονάδες τῶν ἑβδόμδων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδε´χθη ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̅, δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ α̅, μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ὅτι μὲν οὖν τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α̅ μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν δέδεικται· ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ ταλικαύτᾳ, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α̅ μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν γᾶν τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τ` ν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἐχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, καὶ αἱ διάμετροι τᾶν σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας. Ἁ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. Ἐπεὶ δὲ αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λ´γον ἕξοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων, φανερὸν ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖρα, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι πολλαπλασίων τοῦ κόσμου. Δέδεικται δὲ ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ ἐλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν· δῆλον ο˜ύν ὅτι, εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ηάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν ὁ ᾿Αρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασισθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσιν. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ͵α μονάδες δυοκαιπεντακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ μυριάκις μύριαι μυριάδες τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· οὗτος δέ ἐστι τῶν ὀγδόων ὄγδοος, ὅς κα εἴη χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Φανερὸν τοίνυν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ ἃν ᾿Αρίσταρχος ὑποτίθεται, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Ταῦτα δέ, βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηεκότεσσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὔπιστα φανήσειν ὑπολαμβάνω, τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσσιν καὶ περὶ τῶν ἀποστημάτων καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς καὶ τοῦ ἁλίου καὶ τᾶς σελήνας καὶ τοῦ ὅλου κόσμου πεφροντικότεσσιν πιστὰ διὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσεῖσθαι· διόπερ ᾠήθην καὶ οὐκ ἀνάρμοστον εἶμεν [ἔτι] ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.